



**HAL**  
open science

## Méthodes d'accélération numériques dédiées à la fissuration en fatigue à grand nombre de cycle par champ de phase

Adrien Jacon, Benoit Prabel, Gergely Molnár, Joffrey Bluthé, Anthony Gravouil

### ► To cite this version:

Adrien Jacon, Benoit Prabel, Gergely Molnár, Joffrey Bluthé, Anthony Gravouil. Méthodes d'accélération numériques dédiées à la fissuration en fatigue à grand nombre de cycle par champ de phase. 16ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2024), CNRS; CSMA; ENS Paris-Saclay; CentraleSupélec, May 2024, Hyères, France. <cea-04709828>

**HAL Id: cea-04709828**

**<https://cea.hal.science/cea-04709828v1>**

Submitted on 6 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Méthodes d'accélération numériques dédiées à la fissuration en fatigue à grand nombre de cycle par champ de phase

A. Jacon<sup>1</sup>, B. Prabel<sup>1</sup>, G. Molnár<sup>2</sup>, J. Bluthé<sup>1</sup>, A. Gravouil<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Etudes Mécaniques et Thermiques, 91191, Gif-sur-Yvette, France.

<sup>2</sup> Univ Lyon, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, LaMCoS, F-69621, France

---

## Résumé —

Une approche de champ de phase est utilisée pour modéliser les mécanismes complexes de l'initiation et de la propagation de fissures de fatigue. Cette méthode populaire permet retrouver des motifs de fissuration de complexes. Cependant, l'approche est limitée par son coût de calcul prohibitif en fatigue, dû à la nécessité d'avoir un maillage très fin et de calculer chaque cycle explicitement. C'est pourquoi, nous proposons une approche couplant raffinement adaptatif de maillage et saut de cycle pour accélérer le temps de calcul, tout en maintenant un haut niveau de précision.

**Mots clés** — Mécanique de la rupture, Champ de phase, Propagation de fissure par fatigue, Raffinement adaptatif de maillage, Saut de cycle

---

## 1 Introduction

La dégradation des structures par fatigue est responsable de plus de 80% des cas de rupture dans l'industrie [6]. Toutefois, la difficulté de modélisation de ce genre de phénomène a mené à l'utilisation dans l'industrie de modèles simples accompagnés de grands coefficients de sécurité permettant de garantir l'intégrité de ces structures. Une modélisation plus fine du phénomène d'initiation et de propagation de fissure par fatigue pourrait permettre de s'affranchir de ces conservatismes, et ainsi de garantir l'intégrité de structures plus légères, moins chères, et de façon plus durable.

La modélisation par champ de phase du problème de rupture gagne en popularité ces dernières années, étant donné sa facilité d'implémentation, sa capacité à retrouver des motifs de fissure complexes (*e.g.*, branchement, coalescence), et à unifier des communautés précédemment scindées (*e.g.*, mécanique de la rupture et mécanique de l'endommagement ou encore initiation de fissure en fatigue, et propagation de fissure en fatigue). Par ailleurs, cette approche adopte une représentation diffuse qui facilite grandement le traitement des fissures aux géométries complexes, en enlevant le besoin de construire (et reconstruire) un maillage qui la prend explicitement en compte. Tous ces avantages font que cette approche et son utilisation pour prédire la rupture numériquement intéressent beaucoup de groupe de chercheurs, sans pour autant qu'elle ne soit exploitée en industrie.

En effet, malgré tous ces avantages, la modélisation de rupture par champ de phase est limitée par un coût de calcul excessif qui rend difficile son utilisation sur des cas réels. Ce coût de calcul s'explique par la nécessité d'avoir un raffinement extrêmement fin dans la zone endommagée pour garantir la convergence spatiale du champ de phase qui varie abruptement dans cette zone. Par ailleurs, il s'explique aussi par la possible longue convergence liée à la résolution du problème couplé résultant du modèle champ de phase. Cette problématique est moins critique en fatigue, où l'évolution des champs est très lente à l'échelle du cycle. Toutefois, avec la plupart des modèles champ de phase en fatigue, on aura donc besoin de calculer l'intégralité des cycles de chargement explicitement, ce qui implique un nombre de pas de calcul beaucoup trop important quand la vie en fatigue des matériaux métallique peut dépasser  $10^7$  cycles. Plusieurs auteurs proposent déjà des solutions à ces problèmes spécifiques à la modélisation champ de phase, comme l'utilisation de raffinement adaptatif de maillage pour optimiser le nombre de degré de liberté en temps réel [9, 10], d'accélération de la résolution d'un pas [14, 11], ou encore l'utilisation de

saut de cycle pour diminuer le nombre de pas calculés [13, 23, 12]. L'objectif de ce travail est de mettre en commun ces approches d'accélération du modèle champ de phase, pour permettre de gagner du temps de calcul dans un contexte de dégradation par fatigue, c'est à dire, par sollicitation cyclique répétée, menant à la ruine pour des niveaux de chargement pouvant être très inférieurs aux niveaux attendus en chargement statiques. Il est important de noter que ce gain en temps de calcul doit se faire à un niveau de précision satisfaisant, et que les avantages de flexibilité du modèle champ de phase, c'est-à-dire sa capacité à retrouver des trajectoires de fissuration complexe, doit être conservé.

Ainsi, nous commençons par présenter le modèle champ de phase en fatigue utilisé dans ce travail, qui est basé sur la dégradation locale de la ténacité, selon le travail de Alessi et al. [1, 2], et Carrara et al. [5]. Ensuite, nous présentons les méthodes d'accélération mises en oeuvre, c'est à dire l'accélération de convergence exploitée à chaque cycle calculés, les schémas par saut de cycle testés et une approche par raffinement adaptatif de maillage. Les approches sont couplés et appliqués sur plusieurs cas usuels de la littérature champ de phase.

Enfin, nous travaillons sur le recalage du modèle champ de phase accéléré sur des cas expérimentaux afin de mettre en évidence la capacité prédictive de l'approche. Ces comparaisons numériques-expérimentales permettent de mettre en lumière les avantages, les inconvénients et les perspectives du modèle proposé.

## 2 Modèle champ de phase en fatigue

### 2.1 Un modèle pour la rupture fragile

Suivant les travaux de Francfort et Marigo [7], une fonctionnelle est posée pour réécrire le critère énergétique de Griffith sous forme variationnel : sous la forme d'un problème de minimisation.

$$\Pi_{int}^0(\mathbf{u}, \Gamma) = E_0(\mathbf{u}) + W_0(\Gamma) = \int_{\Omega} \Psi_0 dV + \int_{\Gamma} G_c dS, \quad (1)$$

qui est l'énergie interne d'une structure fissurée. En effet,  $E_0(\mathbf{u})$ , est un terme mécanique défini comme l'intégrale volumique de la densité d'énergie élastique  $\Psi_0$ .  $W_0$  est quand à lui exprimé comme  $G_c$ , la ténacité critique du matériau, intégrée sur l'aire de la fissure  $\Gamma$  pour représenter l'énergie dissipée dans la fissuration.

Cette formulation est difficilement utilisable quand le trajet de fissuration est inconnu étant donné que l'inconnu  $\Gamma$  est également borne du domaine étudié, et qu'il s'agit d'un objet mathématique discret. Un paradigme champ de phase a donc été introduit par Bourdin et al. [4], pour faciliter l'exploitation numérique du modèle. Un scalaire  $d$  est introduit pour repérer la fissure, et une fonctionnelle régularisée qui approxime (1) est proposée.

$$\Pi_{int}(\mathbf{u}, d) = E(\mathbf{u}, d) + W(d) = \int_{\Omega} g(d)\Psi_0 dV + \int_{\Omega} G_c \cdot \left( \frac{d^2}{2l_c} + \frac{l_c |\nabla d|^2}{2} \right) dV. \quad (2)$$

Cette formulation régularisée est l'énergie libre du solide fissuré dans ce cadre champ de phase. Dans ce contexte, le paramètre champ de phase  $d$  peut-être vue comme un terme d'endommagement. Il est compris entre 0 et 1 : 0 quand le matériau est intact et 1 quand il est totalement endommagé.

De plus,  $E(\mathbf{u}, d)$ , le terme mécanique est affecté par une fonction de dégradation  $g(d)$ . Quand l'endommagement croît, la réponse mécanique est adoucie. Dans ce travail, une fonction de dégradation quadratique est utilisée, en suivant les Refs. [17, 18], qui ajoutent un petit paramètre  $k$ , qui améliore la stabilité de la solution.

$$g(d) = (1 - d)^2 + k. \quad (3)$$

Enfin,  $W(d)$  est toujours représentatif de l'énergie dissipé en fissuration, *i.e.*,  $G_c$  intégré sur la surface de fissure. Ainsi, une fonctionnelle de surface a été défini, par le biais d'une fonction de densité de surface diffusée autour de la longueur caractéristique  $l_c$  comme illustré sur la Fig. 1. Nous pouvons donc définir l'aire de la fissure comme :

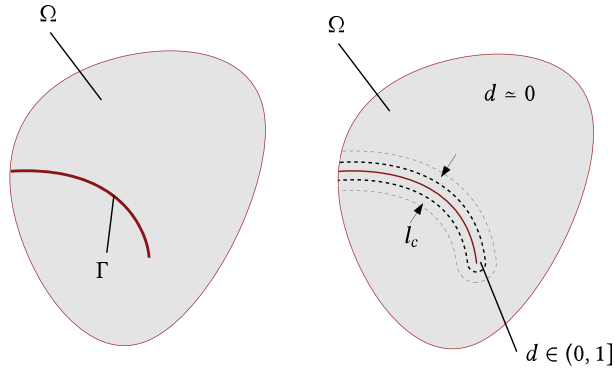


FIGURE 1 – A gauche on voit la structure fissurée avec une représentation discrète, quand à droite on y voit la représentation régularisée du même cas de figure, avec la fissure discrète approximée par un champ de phase diffus.

$$A(d) = W(d)/G_c = \int_{\Omega} \frac{d^2}{2l_c} + \frac{l_c |\nabla d|^2}{2} dV. \quad (4)$$

Cette mesure est utilisée à plusieurs reprises dans ce travail étant donné qu'elle est un indicateur pertinent de l'état d'endommagement de la structure.

La régularisation de la surface de fissure utilisée est surnommée AT-2 [16]. Elle permet d'obtenir un problème d'endommagement linéaire dans un cadre étagé, étant donné que  $d$  est automatiquement compris entre 0 et 1. Toutefois, cette régularisation n'impose pas de seuil élastique, c'est à dire que n'importe quel niveau de chargement implique une dégradation de la structure.

Ce cadre variationnel régularisé est justifié par la  $\Gamma$ -convergence, qui prouve que la fonctionnelle régularisée (2) et ses minimums convergent vers la fonctionnelle (1) et ses minimums pour  $l_c$  qui tend vers 0. En ce sens,  $l_c$  est un paramètre de régularisation de la mécanique linéaire élastique de la rupture. Pourtant, en partant d'une perspective de mécanique de l'endommagement,  $l_c$  contrôle la largeur de la localisation et est liée à la contrainte critique du matériau. Ainsi, il peut-être perçu comme un paramètre matériau [24, 19].

Notez qu'une décomposition de l'énergie mécanique est utilisée pour reproduire les effets unilatéraux [15]. On écrit :

$$E(\mathbf{u}, d) = \int_{\Omega} g(d) \cdot \psi_0^+ + \psi_0^- dV. \quad (5)$$

Les parties actives  $\psi^+$  et passive  $\psi^-$  de la densité d'énergie élastique sont choisies par décomposition spectrale du tenseur de déformation [16]. Notez que le calcul de ces termes passe par une approche par changement de base, inspiré par Bernard et al. [3] et explicité dans Molnár et al. [20].

## 2.2 Effet de fatigue

La formulation présentée ne permet pas de reproduire les effets de fatigue, c'est à dire, une propagation de fissure sous chargement cyclique pour des niveaux de chargement bien inférieurs à la limite observée avec un chargement monotone. Pour reproduire ces effets phénoménologiquement, une approche par dégradation de la ténacité critique  $G_c$ , qui peut donc être vue comme la diminution du seuil de rupture fragile, localement, en fonction d'un terme cumulé  $\bar{\alpha}$  représentatif de la dégradation en fatigue. La fonctionnelle pour la rupture fragile (2) est donc légèrement modifiée :

$$\Pi_{int}(\mathbf{u}, d) = E(\mathbf{u}, d) + W(d) = \int_{\Omega} g(d) \psi_0 dV + \int_0^t \int_{\Omega} f(\bar{\alpha}(\tau)) G_c \cdot (\dot{\gamma}(d, \nabla d)) dV d\tau. \quad (6)$$

Ce qui permet de définir une ténacité en fatigue tel que :

$$G_F = f(\bar{\alpha})G_c, \quad (7)$$

avec  $f(\bar{\alpha})$  une fonction de dégradation en fatigue, influencée par un paramètre de fatigue cumulé  $\bar{\alpha} \equiv \int_0^t \langle \dot{\alpha} \rangle^+ dt$ , avec  $\langle X \rangle^+$  étant la partie positive de  $X$ . Comme explicité dans Ref. [5], on pose  $\alpha = g(d) \cdot \psi_0^+$ , c'est à dire que c'est la partie active des déformation qui est la force motrice de la dégradation en fatigue, endommagé par  $g(d)$  pour arrêter le cumul de fatigue dans les zones fissurées. Dans un contexte discrétisé en temps, au pas  $n$ , on exploite les quantités en  $n - 1$  tel que :

$$\bar{\alpha}_n = \bar{\alpha}_{n-1} + \int_{n-1}^n \langle \dot{\alpha} \rangle^+ dt, \quad (8a)$$

$$\simeq \bar{\alpha}_{n-1} + |\alpha_n - \alpha_{n-1}| \cdot \mathcal{H}(\alpha_n - \alpha_{n-1}), \quad (8b)$$

avec  $\mathcal{H}$ , la fonction de Heavyside qui neutralise l'accumulation dans les phases de décharge.

### 3 Méthodes d'accélération

Plusieurs leviers ont été explorés pour accélérer les simulations par champ de phase. Premièrement, une approche de résolution étagée adaptée à ce modèle étendu en fatigue est implémentée, avec l'ajout d'outils d'accélération de convergence pour accélérer le calcul d'un cycle. Ensuite deux schémas d'extrapolation pour l'utilisation de méthode de saut de cycle furent investigués. Puis, une méthode de raffinement adaptatif de maillage adapté au présent contexte fut implémenté et couplé à l'approche par saut de cycle pour permettre l'optimisation simultanées de la discrétisation temporelle et spatiale : on espère calculer le minimum de cycle, sur le minimum de degré de liberté.

#### 3.1 Saut de cycle

Étant donnée l'évolution non linéaire du paramètre de dégradation en fatigue  $\bar{\alpha}$ , il est nécessaire de calculer l'intégralité des cycles de chargement, qui nécessitent eux-même une discrétisation en plusieurs pas de temps. Toutefois, les applications industrielles de propagation de fissure en fatigue par grand nombre de cycle sont généralement constituées de  $10^5$  à  $10^7$  cycles. Ainsi, ce traitement explicite de chaque cycle individuel n'est pas envisageable au vu des temps de calcul très lourds lié à l'approche champ de phase. L'idée est donc d'utiliser des approches dites de saut de cycle, où le comportement est simulé pendant  $N$  cycles dits "de contrôle", qui permettent d'estimer la variation de certaines quantités d'intérêt. Cette variation est ensuite extrapolée sur  $\Delta N$  cycles, évitant donc le calcul de ce bloc de cycle. Une réflexion doit donc être menée sur les quantités d'intérêt à calculer et extrapoler, ainsi que sur le schéma d'extrapolation utilisé.

Le choix des variables à extrapoler s'est porté sur la variable de dégradation en fatigue étant donné son évolution lisse dans le temps, qui facilite les opération de saut de cycle, et rend la variation sur un seul cycle de contrôle représentative de la variation au cours du temps. Seul cette variable est extrapolée, et permet de recalculer l'intégralité des autres inconnus du problème. A noter que Loew et al. [13] proposent d'extrapoler toutes les inconnus et variables internes du problème. Dans notre travail, aidé par le fait que le modèle est caractérisé par peu de variables internes et d'inconnus, nous avons préférés limiter cette extrapolation à une seule variable, bien adaptée au saut de cycle.

Nous avons testé deux schémas d'extrapolation. En premier lieu, un schéma classique est implémenté, analogue à un développement limité de degré 1, dit Forward-Euler (FE). En connaissant les quantité avant le saut de cycle, et la variation de ces quantité pendant un cycle de contrôle en  $N$ , on écrit :

$$\bar{\alpha}_{N+\Delta N} = \bar{\alpha}_N + \Delta N (\dot{\bar{\alpha}}_N), \quad (9)$$

De plus, inspiré par Loew et al. [13] qui proposent un saut de cycle itératif, nous proposons un schéma dit Trapezoidal-iterative (TI), basé sur une extrapolation en trapèze qui prend en compte la variation des

quantités en début de saut (au cycle  $N$ ) et en fin de saut (au cycle  $N + \Delta N$ ). Ceci permet d'avoir un schéma d'extrapolation plus robuste, dont la précision est presque indépendante du saut  $\Delta N$  choisi. La méthode nécessite toutefois plusieurs calculs de cycle par saut qui peuvent allonger le temps de calcul.

$$\bar{\alpha}_{N+\Delta N} = \bar{\alpha}_N + \frac{\Delta N}{2} (\dot{\bar{\alpha}}_N + \dot{\bar{\alpha}}_{N+\Delta N}) , \quad (10)$$

Ces deux schémas sont comparés sur un cas de propagation de fissure en mode I, en observant leur performances respectives, et leur précision. Nous avons notamment pu observer une quasi-indépendance des résultats du schéma TI à  $\Delta N$ , et une dépendance importante de l'erreur avec  $\Delta N$  pour le schéma FE.

### 3.2 Raffinement adaptatif de maillage

Enfin, nous proposons de palier au problème du coût de calcul du modèle champ de phase par l'ajout d'une procédure de raffinement de maillage adaptatif (AMR, Adaptive Mesh Refinement). Cette approche de gestion du maillage pendant la propagation est très importante pour le modèle champ de phase étant donné la nécessité d'utiliser une maille extrêmement fine dans la zone endommagée, pour capturer la variation abrupte du champ de phase. Ainsi, on retrouve déjà plusieurs méthodes de raffinement adaptatif de maillage dans la littérature champ de phase, *e.g.*, [9, 10] qui permettent des gains en temps de calcul très importants. Faisant suite à cette riche littérature, nous proposons d'appliquer ce type d'approche dans le cadre champ de phase en fatigue, tout en prévoyant de l'utiliser avec une approche saut de cycle. Nous nous attachons donc à décrire les différentes briques nécessaires au couplage AMR et saut de cycle : premièrement, nous décrivons l'outil de raffinement permettant de passer d'un maillage grossier à un maillage raffiné. Ensuite, nous discutons du transfert de champs, nécessaire pour recalculer les champs inconnus sur les nouveaux maillages raffinés. Enfin, nous précisons le critère de raffinement, basé sur la variable champ de phase, et le rapport  $l_c/h$  dans la zone considérée comme endommagée [16, 20]. Ces choix permettent au final d'avoir une approche AMR efficace, précise et robuste, qui est applicable dans un cadre fatigue et fragile.

Un h-raffinement hiérarchique non conforme est proposée, c'est à dire que la taille de maille est subdivisée successivement en éléments plus petits jusqu'à atteindre la densité souhaitée. Lors de ces subdivisions successives, des noeuds "pendants", ou "hanging nodes" sont créés aux frontières entre les éléments à différents niveaux de raffinement : d'où la qualification de raffinement dit "non-conforme". En effet, ces hanging nodes compromettent la continuité du maillage élément finis, impliquant la nécessité de corriger ces non conformités. Une approche par multiplicateur de Lagrange est utilisé dans ce travail : les déplacements de ces noeuds sont imposés comme la combinaison linéaire des déplacements aux noeuds avoisinants.

Le champ d'endommagement  $d$ , la variable de dégradation en fatigue  $\bar{\alpha}$  et le champ d'histoire  $H$  (tiré de Miehe et al. [17]) impliqué dans la vérification de l'irréversibilité sont les seuls champs projetés d'un maillage à l'autre durant les opérations d'AMR : les autres sont recalculés. La projection du champ d'endommagement s'effectue de façon triviale avec les supports des fonctions de forme. Toutefois,  $\bar{\alpha}$  et  $H$  sont des champs définis aux points de Gauss et ne sont donc pas supportés par des fonctions de forme sur tout le domaine. Nous choisissons néanmoins d'utiliser ces supports pour le transfert de quantité aux points de Gauss d'un maillage donné à l'autre : un vecteur nodal de ces quantité est d'abord créé par éléments, qui est ensuite interpolé aux nouveaux points de Gauss des éléments raffinés.

Enfin, un critère AMR basé sur la valeur du champ d'endommagement est choisi pour permettre une évaluation efficace du critère, et une bonne flexibilité au contexte fatigue/fragile. Pour une moyenne nodale de  $d > 0.1$  dans un élément, on impose un raffinement à  $l_c/8$ . Ce raffinement implique de grande variation entre la taille des éléments les plus fins, et les plus grossiers. De plus, il peut impliquer que ces variations de taille d'élément se retrouvent directement à la transition entre la zone endommagée et la zone saine. Pour éviter de tel variation dans la taille des éléments, une approche de lissage est adopté à la frontière entre les zones endommagés, et les zones intacts. Des éléments de plus en plus petit créés au niveau de ces frontières pour atteindre un ratio 2 éléments fins pour 1 élément grossier.

## 4 Applications numériques

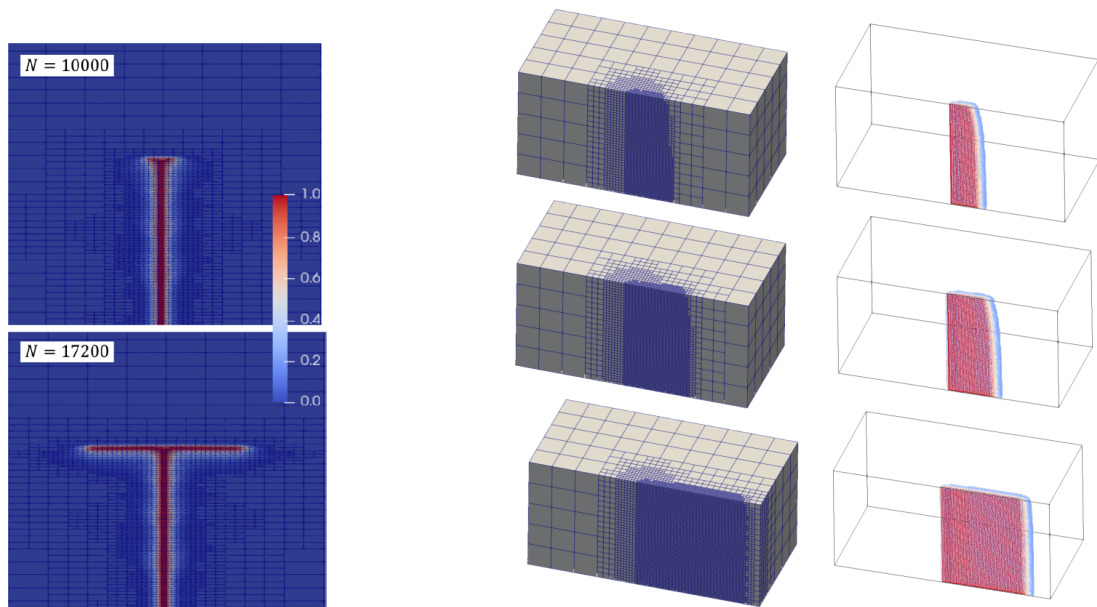
Armés de tous ces outils d'accélération, nous proposons un algorithme de propagation de fissure qui permet leur mise en commun. Pour garantir la robustesse et la précision du schéma couplé obtenu, une approche *à-posteriori* est utilisée, c'est-à-dire que le critère de raffinement est vérifié après chaque saut de cycle, et qu'une approche itérative est enclenchée à chacune de ces vérifications jusqu'à l'obtention d'un maillage qui respecte le critère. Cette procédure champ de phase accélérée a été appliquée sur plusieurs benchmarks numériques usuels de la littérature champ de phase, puis utilisé pour mener deux comparaisons numériques-expérimentales

### 4.1 Benchmarks numériques

Une étude du cas "single-edge notched tensile sample" ou SEN en traction est d'abord effectuée pour valider l'implémentation en comparant les résultats obtenus à la littérature [5, 11].

Ensuite, nous avons évalué la capacité du modèle à retrouver des motifs de fissuration plus complexe, et avons donc étudié le cas "En-passant", avec la bifurcation de deux pointes de fissure qui interagissent, et un cas de branchement de fissure, induit par un échantillon bi-matériel (voir Fig. 2a).

Enfin la simulation de l'initiation de fissure en fatigue fut proposée sur un cas de plaque perforée sollicitée en compression cyclique. Nous avons retrouvé les résultats obtenus numériquement par Nguyen et al. [21] sur ce cas en fissuration fragile, avec une décomposition spectrale, tout en accélérant de presque 8 fois la simulation avec les outils saut de cycle et AMR.



(a) Images de maillage raffiné adaptatif pendant un cas de branchement de fissure

(b) Illustration du cas 3D étudié : maillage raffiné adaptatif.

FIGURE 2 – Plusieurs exemples d'accélération de cas académiques de propagation de fissure en fatigue

Finalement, un cas 3D a été investigué afin de montrer la capacité du contexte d'accélération proposée à être aisément étendu à la troisième dimension (Fig. 2b). Encore une fois, la simulation accélérée a été réalisée en maintenant un niveau de précision très important.

### 4.2 Comparaison calcul-essai

Si l'objectif du travail est d'accélérer les temps de calculs associés à la simulation numérique de propagation de fissure par champ de phase, c'est en réalité pour permettre de faciliter l'utilisation de ce modèle pour traiter des cas réels. Ainsi, après avoir étudié plusieurs cas numériques académiques, nous nous sommes penchés sur la question de la reproduction de résultats expérimentaux avec le modèle

accéléralé proposé dans ce travail. Pour ce faire nous nous sommes basés sur deux campagnes d'essais réalisés respectivement par G.Gibert dans le cadre de sa thèse [8], et par J.Réthore & R. Seghir dans le cadre d'une activité de benchmarking organisée à CFRAC 2023 [22], un congrès international centré sur la mécanique de la rupture. En plus de la valeur de preuve de concept de ce chapitre, la comparaison simulation-expérience visée permet de mettre en évidence certaines difficultés associées à l'application de ces approches.

La première campagne basée sur les travaux de thèse de G. Gibert [8], se focalise sur l'identification de paramètre grâce aux essais sur une éprouvette CT chargée en fatigue dans laquelle une fissure se propage en mode I, puis la prédiction d'une trajectoire de fissure dans un échantillon CT troué. Ainsi, nous commençons par proposer un modèle numérique de l'échantillon CT sain, et modifier les paramètres numériques de notre modèle afin d'obtenir le comportement en fatigue que l'on essaye de reproduire. Pour ce faire, on utilisera le fait que les modèles basés sur la dégradation de ténacité peuvent reproduire des effets de fatigue, comme montré par Carrara et al. [5] qui retrouvent une vitesse de fissure corrélée linéairement à  $\Delta K$  sur un intervalle, et ce, de façon supposément indépendante de la géométrie ou du chargement : un comportement type Paris.

Nous avons donc réalisé ce fit sur l'éprouvette CT saine, étudiée expérimentalement par G. Gibert [8]. Le modèle champ de phase en fatigue utilisé est caractérisé par quatre paramètres  $l_c$ ,  $G_c$ , qui sont les paramètres numériques liés au modèle champ de phase en fragile, et  $\kappa$ ,  $\alpha_T$  qui pilotent la fonction de dégradation en fatigue. Malgré les travaux existant qui permettent de lier les paramètres champ de phase à des propriétés matériaux spécifiques (*e.g.*,  $l_c$  et  $\sigma_c$  liés par Refs. [24, 19]), nous avons opté au contraire pour une approche purement heuristique de calibration des paramètres, en effectuant des tests successifs avec différentes valeurs de paramètres numériques jusqu'à atteindre le meilleur fit possible.

Nous avons ensuite appliqué ces paramètres déduits sur la géométrie CT trouée étudiée par G. Gibert [8], pour voir si nous étions capables de retrouver l'influence expérimentalement observée de ce trou sur la trajectoire de la fissure. Deux diamètres de trou ont été étudiés, pour différencier l'influence de ces changements de géométrie sur la réponse mécanique. Expérimentalement, G. Gibert [8] observe que le trou le plus gros attire la fissure complètement, alors que le plus petit trou attire légèrement la fissure, qui continue ensuite sa route en mode I après avoir approché le trou. Ces observations ont été très bien reproduites qualitativement : le gros diamètre a complètement attiré la fissure, alors que le petit diamètre n'a fait que dévier légèrement la trajectoire. Toutefois, notons que la non-prise en compte de la plasticité, et la modélisation en déformation plane ne sont pas des choix très pertinents pour ce matériau et ces conditions d'expériences, pouvant ainsi expliquer la déviation importante observée avec les résultats expérimentaux.

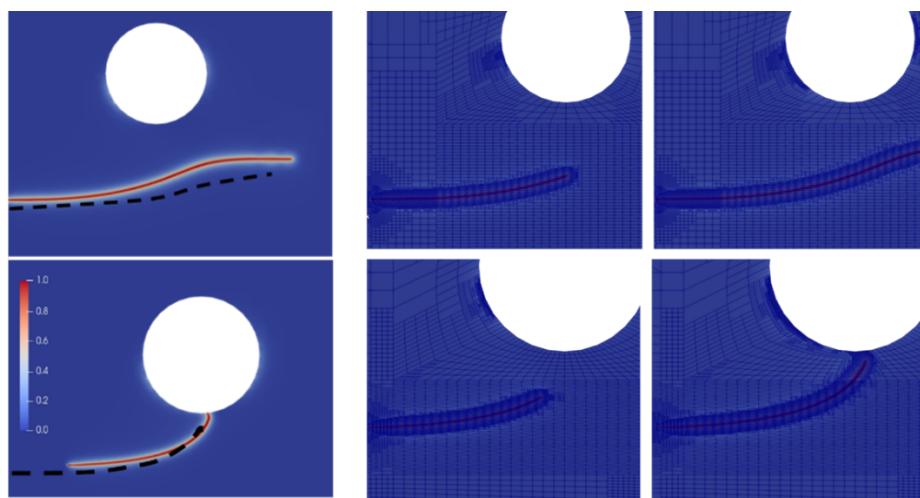


FIGURE 3 – A gauche, comparaison du trajet de fissure expérimental (noir pointillé) et numérique, à droite, plusieurs maillages adaptativement raffinés sur ce cas CT troué.

Ensuite, nous avons participé à l'activité de Benchmark de J. Réthoré & R. Seghir [22], qui est basé

sur la rupture quasi-fragile de quatre échantillons en PMMA. Dans la même veine que les travaux sur la CT, le processus de comparaison calcul-essai s'est déroulé en deux temps. On nous a premièrement fourni les données liées à la rupture de deux échantillons de PMMA, afin de calibrer les paramètres numériques du modèle utilisé. Ensuite, à partir du modèle numérique fitté, une prédiction à l'aveugle des deux autres cas de rupture était demandé. Avec ce cas fragile, les seuls paramètres importants sont  $G_c, l_c$ , que nous avons décidé de calibrer de la même façon que pour la CT. Cette approche de comparaison calcul-essai a encore une fois permis de retrouver des résultats expérimentaux de façon très précise sur certaines géométries, tout en mettant en évidence certaines limites du modèle, et des méthodes numériques associées.

## 5 Conclusion

Un modèle champ de phase étendu pour la dégradation en fatigue a été intégralement implémenté sur Cast3M, et agrégé par plusieurs méthodes d'accélération qui doivent permettre de traiter des cas industriels en des temps de calcul raisonnables. Une combinaison entre une approche par saut de cycle et du raffinement adaptatif de maillage a été proposé, en plus d'une approche étagée de résolution et d'une approche de décomposition de l'énergie élastique permettant d'accélérer le calcul de cycle individuel. Cette approche a permis de gagner significativement en temps de calcul, tout en conservant un haut niveau de précision.

Nous avons montré les capacités de cet algorithme de propagation de fissure de fatigue avec champ de phase sur plusieurs cas numériques académiques, et deux cas de comparaison calcul-essai. Sur ces essais numériques, nous avons mis en évidence la capacité de l'algorithme de propagation à conserver la flexibilité du modèle champ de phase, c'est à dire sa capacité à traiter de façon précise et unifiée des cas fragile, et de fatigue, pour la propagation et l'initiation de fissure, avec la possibilité de trouver la bifurcation, le branchement et la coalescence de fissure, tout en gagnant significativement en temps de calcul.

## Références

- [1] R. Alessi, S. Vidoli, L. De Lorenzis. *A phenomenological approach to fatigue with a variational phase-field model : The one-dimensional case*, Engineering Fracture Mechanics, 53-73, 2017.
- [2] R. Alessi, J. Ulloa *Endowing Griffith's fracture theory with the ability to describe fatigue cracks*, Engineering Fracture Mechanics, 2023.
- [3] P.-E. Bernard, N. Moës, N. Chevaugeon *Damage growth modeling using the Thick Level Set (TLS) approach : Efficient discretization for quasi-static loadings*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 11-27, 2012.
- [4] B. Bourdin, G.A. Francfort, J.-J. Marigo. *Numerical experiments in revisited brittle fracture*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 797-826, 2000.
- [5] P. Carrara, M. Ambati, R. Alessi, L. De Lorenzis. *A framework to model the fatigue behaviour of brittle materials on a variational phase-field approach*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019.
- [6] S. Degallaix, B. Ilschner *Caractérisation expérimentale des matériaux : Propriétés physiques, thermiques et mécaniques ; Chapitre 8*, Revue, Éditeur, page1-pageN, Année. = Engineering Fracture Mechanics
- [7] G.A. Francfort, J.-J. Marigo. *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1319-1342, 1998.
- [8] G. Gibert *Propagation de fissures en fatigue par une approche X-FEM avec raffinement automatique de maillage*, Doctorat INSA de Lyon, 2019.
- [9] T. Heister, M. F. Wheeler, T. Wick. *A primal-dual active set method and predictor-corrector mesh adaptivity for computing fracture propagation using a phase-field approach*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 466-495, 2015.
- [10] H. Hirshikesh, A.L.N. Pramod, H. Waisman, S. Natarajan. *Adaptive phase field method using novel physics based refinement criteria*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021.
- [11] P. K. Kristensen, E. Martínez-Pañeda. *Phase field fracture modelling using quasi-Newton methods and a new adaptive step scheme*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2020.
- [12] P. K. Kristensen, A. Golahmar, E. Martínez-Pañeda, C. F. Niordson. *Accelerated high-cycle phase field fatigue predictions*, European Journal of Mechanics - A/Solids, Éditeur, 2023.
- [13] P. J. Loew , L. H. Poh , B. Peters , L. A.A. Beex. *Accelerating fatigue simulations of a phase-field damage model for rubber*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020.
- [14] Y. Lu, T. Helfer, B. Bary, O. Fandeur. *An efficient and robust staggered algorithm applied to the quasi-static description of brittle fracture by a phase-field approach*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020.
- [15] J. Mazars , Y. Berthaud, S. Ramtani. *The unilateral behaviour of damaged concrete*, Engineering Fracture Mechanics, 629-635, 1990.
- [16] C. Miehe, F. Welschinger, M. Hofacker. *Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field FE implementations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2010.
- [17] C. Miehe, M. Hofacker, F. Welschinger. *A phase field model for rate-independent crack propagation : Robust algorithmic implementation based on operator splits*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering , , 2765-2778, 2010.
- [18] G. Molnár, A. Gravouil. *2D and 3D Abaqus implementation of a robust staggered phase-field solution for modeling brittle fracture*, Finite Element in Analysis and Design, 27 - 38, 2017.
- [19] G. Molnár, A. Doitrand, R. Estevez, A. Gravouil. *Toughness or strength ? Regularization in phase-field fracture explained by the coupled criterion*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2020.
- [20] G. Molnár , A. Doitrand , A. Jaccon, B. Prabel, A. Gravouil. *Thermodynamically consistent linear-gradient damage model in Abaqus*, Engineering Fracture Mechanics, 2022.
- [21] T.T. Nguyen, J. Yvonnet, Q.-Z. Zhu, M. Bornert, C. Chateau, *A phase field method to simulate crack nucleation and propagation in strongly heterogeneous materials from direct imaging of their microstructure*, Engineering Fracture Mechanics, 2015
- [22] J. Rethoré and R. Seghir *Fracture Benchmark*, url : [mech.fsv.cvut.cz/cfrac/cfrac\\_benchmark.php](http://mech.fsv.cvut.cz/cfrac/cfrac_benchmark.php), 2023.
- [23] K. Seleš, F. Aldakheel, Z. Tonković, J. Sorić , P. Wriggers. *A general phase-field model for fatigue failure in brittle and ductile solids*, Computational Mechanics, 2021.
- [24] E. Tanné, T. Li, B. Bourdin, J.-J. Marigo, C. Maurini. *Crack nucleation in variational phase-field models of brittle fracture*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2017.