



**HAL**  
open science

# Evaluation d'une zone d'écoulement floue basée sur la topographie à l'aide de prédicats spatiaux 3D

Clément Iphar, Laurence Boudet, Jean-Philippe Poli

## ► To cite this version:

Clément Iphar, Laurence Boudet, Jean-Philippe Poli. Evaluation d'une zone d'écoulement floue basée sur la topographie à l'aide de prédicats spatiaux 3D. LFA 2021 - Rencontres francophones sur la logique floue et ses Applications, Oct 2021, Paris, France. pp.93-100. cea-04127475

**HAL Id: cea-04127475**

**<https://cea.hal.science/cea-04127475v1>**

Submitted on 13 Jun 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Évaluation d'une zone d'écoulement floue basée sur la topographie à l'aide de prédicats spatiaux 3D

Clément Iphar

Laurence Boudet

Jean-Philippe Poli

Université Paris-Saclay, CEA LIST, F-91120 Palaiseau, France

{prénom.nom}@cea.fr

## Résumé :

La logique floue peut jouer un rôle important dans la modélisation de la connaissance géographique, en particulier dans la gestion de crise. De tels systèmes se basent principalement sur des Systèmes d'Information Géographique qui se consacrent à une information en 2D. Dans cet article, nous utilisons le cadre de la morphologie mathématique floue pour définir de nouvelles relations afin de raisonner sur la topographie au sein d'un modèle numérique de terrain. En particulier, nous nous concentrons sur la caractérisation de la ligne de plus grande pente. Sans réduire le caractère général de l'approche, nous illustrons ces relations sur un cas d'écoulement depuis un bâtiment sur un terrain donné.

## Mots-clés :

Morphologie mathématique floue, raisonnement topographique flou, raisonnement géographique, relations topographiques floues, gestion de crise.

## Abstract:

Fuzzy logic can play an important role in the the modeling of geographical knowledge, in particular in crisis management. Such systems mostly rely on Geographical Information Systems that are focused on 2D information. In this paper, we use the fuzzy morpho-mathematics framework to define new relations to reason on the topography with a digital terrain model. In particular, we focus on the characterisation of the line of greatest dip. Without loss of generality, we then illustrate those relations on a case of runoff from a building and a terrain.

## Keywords:

Fuzzy morpho-mathematics, topographic fuzzy reasoning, Geographical reasoning, topographic fuzzy relations, Crisis management.

## 1 Introduction

La logique floue a été utilisée avec succès dans le cadre de la gestion de crise [1] grâce à ses capacités à traiter l'imprécision de la connaissance utilisée et l'incertitude des événements. Quelques systèmes sont directement connectés aux Systèmes d'Information Géographiques (SIG) [2,3] afin d'améliorer le raisonnement sur les objets spatiaux qui est souvent nécessaire dans de telles situations. Ces systèmes d'aide à la décision spatiaux utilisent un SIG afin de visualiser l'information [4], pour réunir des at-

tributs et les fuzzifier, ou pour obtenir des objets en 2D sur lesquels raisonner de manière approximative [5].

Différentes formalisations de relations spatiales floues coexistent. Les auteurs de [6] définissent des relations topologiques et directionnelles en adaptant les relations d'Allen aux objets spatiaux. Schockaert *et al.* [7] proposent des relations topologiques entre des régions vagues. Dans [8], les auteurs s'intéressent aux régions imprécises ou incertaines. Enfin, Bloch et Maître [9] proposent la morphologie mathématique floue qui permet d'évaluer à la fois des relations topologiques et directionnelles en se basant sur deux opérateurs principaux : la dilatation et l'érosion.

La plupart de ces approches raisonnent sur des objets 2D seulement [10, 11], alors que dans certains cas, il est important de tenir compte de la topographie du terrain. En particulier, et sans perte de généralité, cela s'applique aux écoulements. Ce phénomène se produit quand le sol n'est pas ou plus en mesure d'absorber la quantité de liquide écoulé. Pour certains types de crises, comme les inondations ou la fuite de produits industriels, il peut être important de déterminer rapidement quelles sont les zones qui peuvent être impactées.

Dans cet article, nous utilisons la morphologie mathématique floue pour raisonner sur des Modèles Numériques de Terrain (MNT). Si ce formalisme a été appliqué en 3D avec succès dans le cadre de relations de positionnement relatif géométrique [12] ou dans le domaine médical [13], les applications géographiques sont peu répandues. Nous introduisons des rela-

tions qui déterminent approximativement, sans modélisation physique ou fluïdique, quelles sont les zones susceptibles d'être touchées par un écoulement. Nous proposons une approche basée sur la composition de trois relations : une relation directionnelle (qui nécessite le calcul de la direction de la ligne de plus grande pente), une relation de proximité et une dernière décrivant le niveau du sol. Nous appliquons ces nouvelles capacités, sans perte de généralité, aux écoulements d'un liquide chimique depuis une usine et au ruissellement des eaux à partir d'un site historique situé à Corte, en Corse.

Cet article s'organise de la façon suivante. La section 2 donne un aperçu de l'approche que nous proposons. Les sections 3 à 6 fournissent plus de détails sur les différentes formalisations des relations. Nous appliquons ensuite cette approche sur deux exemples avant de conclure.

## 2 Approche générale

Dans cet article, nous considérons un élément géographique d'intérêt (une zone, un bâtiment) représenté par un ensemble flou spatial, un MNT, et souhaitons calculer l'ensemble flou qui résulte d'un écoulement depuis l'objet d'intérêt selon les lignes de plus grande pente du MNT.

Afin d'y parvenir, il est nécessaire de définir des éléments structurants en 2D et en 3D puis des paysages flous pour les relations spatiales qui sont d'un intérêt tout particulier dans le calcul de ces écoulements. Premièrement, la relation “*Dans la direction de*” doit être définie et calculée pour tout gisement, puis associée à la relation spatiale “*proche*”. Le calcul s'effectuant sur un MNT, il est de plus nécessaire de calculer la direction locale de la plus grande pente pour chaque point d'intérêt sur le paysage. Par conséquent, l'algorithme nécessaire pour déterminer les points successifs dans un écoulement doit être implémenté. Le MNT lui-même nous permet de générer un ensemble flou pour la relation “*Juste au dessus du sol*”, puisque nous voulons limiter l'ensemble flou résultant aux zones de  $\mathbb{R}^3$  où la majorité des ac-

tivités humaines ont lieu.

Finalement, en rassemblant l'ensemble des points d'écoulement et l'usage conjoint des trois relations spatiales “*Proche, juste au dessus du sol, et dans la direction de la plus grande pente*”, l'ensemble flou résultant est calculé, représentant les chemins possibles suivis par un écoulement, et montrant ainsi les zones d'intérêt pour les premiers secours.

## 3 Définition d'un gisement comme paysage flou

Nous étendons ici la définition d'un paysage flou pour les directions des points cardinaux [12] à tout angle  $G \in [0, 2\pi[$  et le considérons conjointement avec une proximité spatiale.

### 3.1 Prédicat spatial “Dans la direction G”

Soit  $X$  un point de l'espace  $\mathbb{R}^3$  de coordonnées  $(E_X, N_X, z_X)$  dans le référentiel Est ( $E$ ), Nord ( $N$ ) et élévation ( $z$ ). Le prédicat spatial “*Dans la direction G*” est défini dans le plan Est-Nord. Il est défini à partir de l'élément structurant  $\nu_G^P$  ayant pour paramètres  $P = \{\theta_1, \theta_2\}$  où  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les seuils inférieur et supérieur des angles d'intérêt tels que  $\theta_1 \leq \theta_2$ .

**Élément structurant  $\nu_G^P$ .** La direction du vecteur  $\overrightarrow{OX}$  par rapport au Nord est calculée par  $\omega_{OX} = \text{atan2}(E_X, N_X)$  où  $O$  est l'origine de  $\nu_G^P$  de coordonnées  $(0, 0, 0)$ . Soit  $\Delta_X^G$ , défini dans  $[0, \pi]$ , la différence angulaire entre  $\omega_{OX}$  et  $G$  vu depuis le point  $O$ . La valeur d'appartenance  $\nu_G^P$  doit être maximale lorsque  $\Delta_X^G$  est inférieur à  $\theta_1$ , minimale lorsque  $\Delta_X^G$  est supérieur à  $\theta_2$  et doit diminuer à mesure que  $OX$  s'éloigne de  $G$ . Une fonction définie en tout point, linéaire ou non, continue ou non, peut être utilisée. Ici, nous choisissons d'utiliser la fonction trigonométrique suivante :  $\forall X \in \mathbb{R}^3 \setminus O$ ,

$$\nu_G^P(O)(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta_X^G \leq \theta_1 \\ \cos \frac{\pi}{2} \frac{\Delta_X^G - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} & \text{si } \theta_1 < \Delta_X^G < \theta_2 \\ 0 & \text{si } \Delta_X^G \geq \theta_2. \end{cases} \quad (1)$$

On impose que  $\theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$  pour ne pas avoir des degrés d'appartenance positifs à l'opposé de la direction désirée et on donne  $\nu_G^P(O)(O) = 1$ . Deux exemples d'éléments structurants sont montrés en figure 1. Dans cette figure, et dans la suite de l'article, les degrés d'appartenance s'échelonnent de 0 à 1 et sont représentés du blanc au noir respectivement.

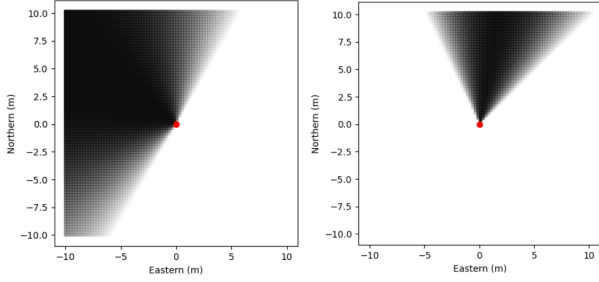


Figure 1 – Deux éléments structurants  $\nu_G^P$  représentant le prédicat spatial “Dans la direction  $G$ ”. Le point central représente le centre de l'élément structurant. Les jeux de paramètres sont tels : à gauche  $G = 300^\circ$ ,  $P = \{\pi/12, \pi/2\}$  ; à droite  $G = 10^\circ$ ,  $P = \{0, \pi/5\}$

**Dilatation floue.** La dilatation floue d'un objet  $B$  par un élément structurant  $\nu_G^P$  permet d'obtenir un paysage flou  $\mu_G^P(B)$  représentant une relation spatiale appliquée à  $B$  [13]. On note  $\mu_B$  la fonction d'appartenance de l'objet d'intérêt  $B$ , flou ou non, bidimensionnel pour les problèmes dans  $\mathbb{R}^2$  et tridimensionnel pour les problèmes dans  $\mathbb{R}^3$ . A chaque point  $X$ , le degré d'appartenance de la dilatation de  $B$  par  $\nu_G^P$  est noté  $\mu_G^P(B)(X)$  et est calculé comme le suprémum des degrés d'appartenance de  $\nu_G^P$  appliqué à chaque point  $b$  de  $B$ ,  $\nu_G^P(b)(X)$  étant la valeur de l'élément structurant, translaté au point  $b$ , en  $X$ . Soit,  $\forall X \in \mathbb{R}^3$ ,

$$\mu_G^P(B)(X) = \sup_{b \in B} (\top(\mu_B(b), \nu_G^P(b)(X))) \quad (2)$$

où  $\top(\cdot, \cdot)$  est une t-norme. La figure 2 montre la dilatation de deux objets (au centre des figures) par les deux éléments structurants présentés en figure 1.

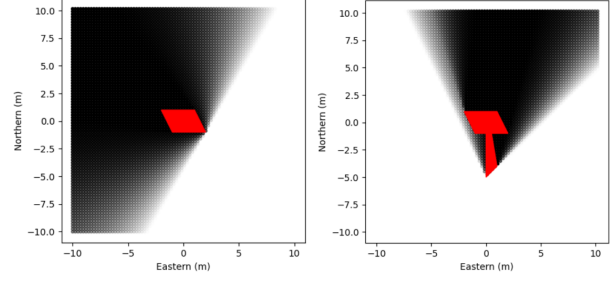


Figure 2 – Paysages flous de deux objets (ici crisps) dilatés par  $\nu_G^P$ . Les jeux de paramètres sont identiques à ceux de la Figure 1

### 3.2 Prédicat spatial de proximité

En plus de la direction, la distance à l'objet d'intérêt doit être considérée, menant à l'usage conjoint des prédicats “Proche” et “Dans la direction  $G$ ” menant à la création du prédicat spatial “Proche, dans la direction  $G$ ”.

Dans ce but, définissons l'élément structurant  $\nu_n^{P'}$  représentant la relation “proche de”. Il dépend du jeu de paramètres  $P' = \{\delta_1, \delta_2\}$  où  $\delta_1$  est la plus grande distance considérée comme totalement proche ( $\delta_1 \geq 0$ ) et  $\delta_2$  est la plus petite distance considérée comme non proche ( $\delta_2 \geq \delta_1$ ). En tant que primitive spatiale élémentaire [14], sa définition est choisie aussi simple que possible, pour être combinée avec d'autres prédicats spatiaux par la suite. Soit  $\mathcal{D}$ , la distance Euclidienne entre  $O$  et  $X$ ,  $\forall X \in \mathbb{R}^3$ , on définit :

$$\nu_n^{P'}(O)(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathcal{D} \leq \delta_1 \\ \frac{\delta_2 - \mathcal{D}}{\delta_2 - \delta_1} & \text{si } \delta_1 < \mathcal{D} < \delta_2 \\ 0 & \text{si } \mathcal{D} \geq \delta_2 \end{cases} \quad (3)$$

La figure 3 montre la fonction d'appartenance de  $\nu_n^{P'}$  et une représentation de l'élément structurant dans le plan horizontal à  $z = 0$ . L'élément structurant est de forme sphérique.

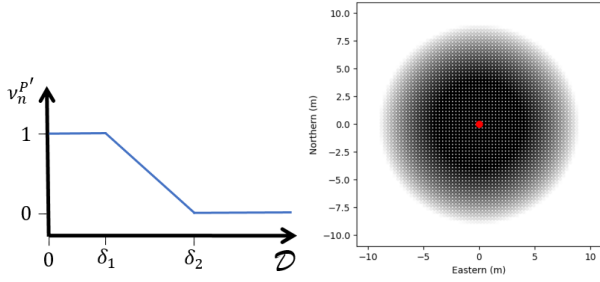


Figure 3 – Gauche : fonction d’appartenance pour la relation “Proche”. Droite : élément structurant correspondant  $\nu_n^{P'}$  où  $P' = \{4, 9\}$

### 3.3 Vers un prédicat spatial “Proche dans la direction d’un gisement”

L’approche novatrice de cet article consiste à considérer les prédicats de distance et de direction au sein d’un même élément structurant appliqué à l’objet d’intérêt. De ce fait, nous utilisons une t-norme  $\top$  pour effectuer une intersection floue entre les deux concepts en suivant l’approche de [9]. Nous effectuons cette conjonction des éléments structurants afin de considérer un seul et même élément structurant sur lequel une dilatation sera effectuée, regroupant les contraintes désirées, et représentant plus fidèlement le prédicat que nous désirons modéliser que la conjonction des dilatations des éléments structurants pris seuls. On note l’élément structurant résultant  $\nu_{NG}^{P,P'}$  calculé en chaque point  $X$  de  $\mathbb{R}^3$  et  $b$  de  $B$  selon :

$$\nu_{NG}^{P,P'}(b)(X) = \top(\nu_G^P(b)(X), \nu_n^{P'}(b)(X)). \quad (4)$$

Suivant les notations des Eq.1 et 3, le degré d’appartenance de la dilatation de  $B$  par  $\nu_{NG}^{P,P'}$  en chaque point  $X$  de  $\mathbb{R}^3$  est noté  $\mu_{NG}^{P,P'}(B)(X)$  et est calculé selon :

$$\mu_{NG}^{P,P'}(B)(X) = \sup_{b \in B} (\top(\mu_B(b), \nu_{NG}^{P,P'}(b)(X))). \quad (5)$$

La figure 4 montre la dilatation des objets de la figure 2 avec les mêmes jeux de paramètres,

avec l’élément structurant  $\nu_{NG}^{P,P'}$  plutôt que  $\nu_G^P$ . Les illustrations de cet article sont générées avec la t-norme produit, sans réduire le caractère général de l’approche.

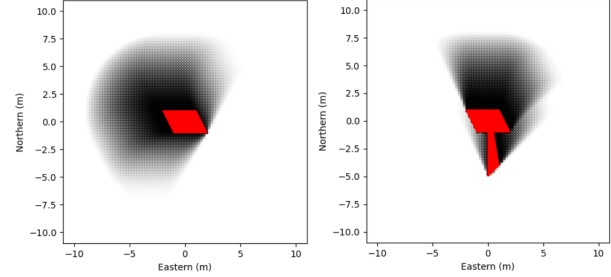


Figure 4 – Les objets de la figure 2 dilatés par  $\nu_{NG}^{P,P'}$  avec les mêmes jeux de paramètres, et  $P' = 2, 7$  pour les deux images, considérées dans le plan  $z = 0$

## 4 Calcul de la direction de la plus grande pente

Soit un point d’intérêt  $X$  décrit par ses coordonnées géographiques  $(E_X, N_X, z_X)$ . Considérons un MNT constitué de noeuds décrivant l’évolution du terrain en 3D, sur un réseau quelconque, dans le cas général un réseau triangulaire irrégulier. Dans cet article, nous utilisons un MNT régulier fourni par l’IGN, disponible gratuitement<sup>1</sup>. Sa grille est régulière, orientée vers l’Est et le Nord, d’un pas de 5 mètres dans le système Lambert 92, et avec une valeur d’altitude centimétrique à chaque noeud de la grille dans le système IGN78, cependant cette méthode fonctionne de la même façon sur tout MNT, y compris les réseaux irréguliers.

Considérons que ce MNT représente la surface de la Terre, et puisse être divisé en sections triangulaires selon le principe de Delaunay, ainsi chaque point de la surface est inclus dans un triangle défini par ses trois sommets. Notons ces points  $I, J$  and  $K$ , de coordonnées respectives  $(E_I, N_I, z_I)$ ,  $(E_J, N_J, z_J)$  et  $(E_K, N_K, z_K)$ .

Dans le cadre de la détermination de la ligne de

1. <https://geoservices.ign.fr>

plus grande pente au point  $X$ , nous calculons l'équation du plan généré par ces trois sommets. Calculons le plan tel que  $a \cdot E + b \cdot N + c \cdot z + d = 0$ , prenant des vecteurs générateurs  $V_1 = \overrightarrow{IJ}$  et  $V_2 = \overrightarrow{IK}$ . Nous calculons  $n$  comme  $V_1 \times V_2$ , puis par définition  $a = n_E$ ,  $b = n_N$  et  $c = n_z$ , et  $d$  est déterminé par la résolution de l'équation en n'importe quel point  $I$ ,  $J$  et  $K$  pour lesquels les trois coordonnées sont connues.

Les altitudes sur le plan, celle de  $X$  comprise, peuvent être calculées comme suit :

$$z = -\frac{1}{n_z} \cdot (n_E \cdot E + n_N \cdot N + d) \quad (6)$$

et la ligne de plus grande pente  $\theta$  est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \tan(\theta) &= \frac{n_E}{n_N} && \text{si } n_N \neq 0 \\ \theta &= \frac{\pi}{2} && \text{si } n_N = 0 \text{ et } n_E > 0 \\ \theta &= -\frac{\pi}{2} && \text{si } n_N = 0 \text{ et } n_E < 0 \\ &\text{indéfinie} && \text{si } n_N = 0 \text{ et } n_E = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Nous considérons ce dernier cas comme improbable, car il nécessiterait que l'ensemble des trois points générant le plan soient à la même altitude au centimètre près. Cependant, si ce cas venait à se produire, la direction de la ligne de plus grande pente ne serait pas calculée, car aucune direction favorisée n'existerait.

La procédure 1 détaille le processus itératif qui mène à la génération de la trajectoire de l'écoulement, sous la forme d'une succession de points, comme illustré en figure 5. Notons le résultat de cet algorithme  $R_{E,N}$  constitué d'un ensemble de points 3D. Ses principaux paramètres sont  $E$ , la coordonnée Est (ou longitude) et  $N$ , la coordonnée Nord (ou latitude) du point de départ,  $\Lambda$ , un MNT, constitué d'une série de coordonnées  $(E_\Lambda, N_\Lambda, z_\Lambda)$ . Les autres paramètres sont :  $s$ , la longueur du pas effectué pour le calcul des coordonnées à l'itération suivante;  $\Xi$ , la zone (rectangulaire) d'intérêt et  $m$ , un entier représentant le nombre maximal d'itérations avant l'arrêt du calcul, et ce même

si les points demeurent au sein de  $\Xi$ . Le calcul du chemin d'écoulement se base sur le calcul de la plus grande pente à chaque point intermédiaire de l'algorithme.

---

### Procédure 1 Calcul de l'écoulement

---

**Entrée:**  $E, N, \Lambda, s, \Xi, m$

**Sortie:**  $R_{E,N}$

$R_{E,N} \leftarrow []$  {Variable résultat créée vide}

$e \leftarrow E$  {Initialisation de variables}

$n \leftarrow N$

$k \leftarrow 0$

**tant que**  $(e, n) \in \Xi$  **et**  $k < m$  **faire**

$k \leftarrow k + 1$  {Compteur incrémenté}

$z = f_1(e, n, \Lambda)$  {cf. Eq.6}

$\theta = f_2(e, n, \Lambda)$  {cf. Eq.7, id. si indéfini}

$R_{E,N} \leftarrow R_{E,N} \cup \{e, n, z\}$  {Point ajouté}

$e \leftarrow e + s \cdot \sin(\theta)$  {Prochaine coord. E}

$n \leftarrow n + s \cdot \cos(\theta)$  {Prochaine coord. N}

**fin tant que**

---

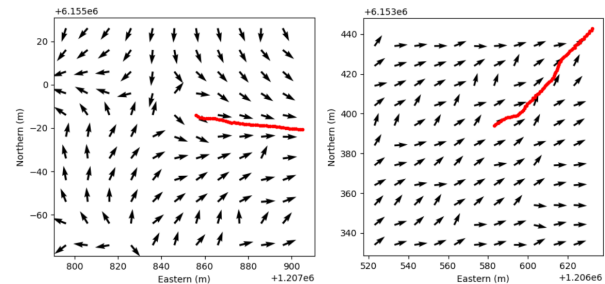


Figure 5 – Deux champs de lignes de plus grande pente, avec un écoulement depuis le centre du champ

## 5 Définition du paysage flou “Juste au dessus du sol”

Dans cette section, nous nous intéressons à la génération d'un paysage flou représentant la portion de l'espace immédiatement au dessus du niveau du terrain. Ce paysage couvre la totalité de la zone d'intérêt, et plutôt que de considérer la distance géométrique entre la surface et le point d'intérêt, nous considérons la distance verticale entre le point et la surface, puisque seule l'altitude compte dans ce cas.

## 5.1 Choix d'une fonction d'appartenance

Soit un point  $X$  de coordonnées  $(E_X, N_X, z_X)$  dans  $\mathbb{R}^3$ . Calculons  $z_0$ , l'altitude du sol selon le MNT d'intérêt, déterminé par l'Eq 6. Définissons  $\Delta z = z_X - z_0$  la hauteur au-dessus du sol en  $X$ . La figure 6 montre une fonction d'appartenance décrivant la relation "juste au-dessus du sol", selon l'équation 8 :

$$\forall X \in \mathbb{R}^3, \tau_1 \geq 0, \tau_2 \geq \tau_1,$$

$$\mu(\Delta z) = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta z < 0 \\ 1 & \text{si } 0 \leq \Delta z \leq \tau_1 \\ \frac{\tau_1 - \Delta z}{\tau_1 - \tau_2} & \text{si } \tau_1 < \Delta z < \tau_2 \\ 0 & \text{si } \Delta z \geq \tau_2. \end{cases} \quad (8)$$

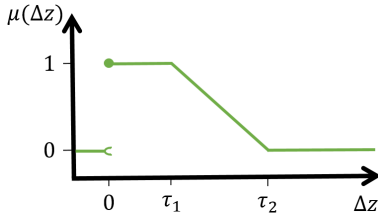


Figure 6 – Fonction d'appartenance "Juste au-dessus du sol" comme fonction de  $\Delta z$  en un point  $X$

## 5.2 Extension à un terrain

Nous étendons la modélisation présentée en section 5.1 à la surface entière du MNT, en appliquant la fonction  $\mu(\Delta z)$  à tous les points dont l'emprise est dans la zone d'intérêt. L'ensemble flou 3D résultant est noté  $\mu_T$ . Une illustration du terrain et de l'ensemble flou résultant calculé avec  $\tau_1 = 1 \text{ m}$  et  $\tau_2 = 3 \text{ m}$  est présenté en figure 7.

## 6 Calcul de la zone d'écoulement floue

Le processus de calcul d'une zone d'écoulement floue se déroule en trois étapes. La première est le calcul de l'ensemble des pistes d'écoulement obtenues depuis une région spatiale  $B$ . La seconde étape consiste

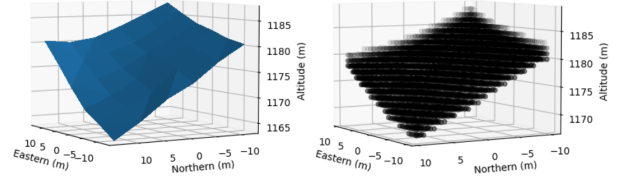


Figure 7 – Extrait du MNT de dimension  $20\text{m} \times 20\text{m}$  (à gauche) et visualisation de la relation spatiale "Juste au-dessus du sol" obtenue (à droite)

au calcul du paysage flou obtenu autour des pistes d'écoulement de façon à identifier les zones possibles d'écoulement. Cette étape permet de considérer une imprécision ou des imperfections possibles du MNT, notamment lorsqu'il est reconstruit automatiquement, ainsi que du sur-échantillonnage effectué. Enfin, la troisième étape consiste à restreindre les pistes d'écoulement floues à celles situées au niveau du sol, puisqu'étant les seules d'intérêt dans le cas d'écoulement d'un liquide chimique ou de pluies intenses depuis une zone.

L'emprise spatiale de la région d'intérêt, notée  $B$ , est connue, ainsi que le terrain local. Les figures de cette section utilisent les paramètres suivants :  $P = \{\pi/12, \pi/4\}$ ,  $P' = \{5, 20\}$ , et quand nécessaire  $\tau_1 = 1 \text{ m}$  et  $\tau_2 = 3 \text{ m}$ .

### 6.1 Calcul des pistes d'écoulement

Quand la région  $B$  est floue, l'ensemble des pistes d'écoulement, dénotées  $\mu_R$ , est un ensemble flou. Tout d'abord, nous générons chaque piste d'écoulement floue  $\mu_{R_b}$  issue de chaque point  $b$  de  $B$  de coordonnées  $(E_b, N_b, z_b)$  et de valeur d'appartenance  $\mu_B(b)$  par :

$$\mu_{R_b} = \{(X, \mu_B(b)) | X \in R_{E_b, N_b}\} \quad (9)$$

où  $R_{E_b, N_b}$  est l'écoulement calculé par la Procédure 1 depuis le point  $b$ . L'ensemble des pistes d'écoulement, noté  $\mu_R$ , est défini comme l'union de l'ensemble des pistes individuelles issues des points de  $B$ , selon :



$$\mu_R = \bigcup_{b \in B} \mu_{R_b} \quad (10)$$

où  $\cup$  représente l'union floue de deux ensembles flous tel que,  $\forall b, b' \in B, b \neq b'$  :

$$\mu_{R_b} \cup \mu_{R_{b'}} = \left\{ (X, \max(\mu_{R_b}(X), \mu_{R_{b'}}(X))) \mid X \in R_{E_b, N_b} \cup R_{E_{b'}, N_{b'}} \right\}. \quad (11)$$

## 6.2 Aux abords des pistes d'écoulement

De façon à considérer les zones possibles d'écoulement compte tenu de l'approximation faite du terrain et des possibles imperfections du MNT, nous calculons le paysage flou 3D  $\mu_B^{NG}$  représentant les abords des pistes d'écoulement issues de  $B$ . Il est obtenu par dilatation des pistes d'écoulement  $\mu_R$  par  $\nu_{NG}$  selon l'Eq 5, soit  $\forall X \in \mathbb{R}^3$  :

$$\mu_B^{NG}(X) = \sup_{b \in B} (\top(\mu_{R_b}(b), \nu_{NG}(b)(X))). \quad (12)$$

## 6.3 Zone d'écoulement floue au niveau du sol

La dernière étape consiste à calculer les pistes d'écoulement floues uniquement au niveau du sol en faisant l'intersection de  $\mu_B^{NG}$  avec  $\mu_T$ . L'ensemble flou résultant  $\mu_B^*$  est calculé par :

$$\mu_B^*(X) = \top(\mu_B^{NG}(X), \mu_T(X)) \quad (13)$$

$\forall X \in \mathbb{R}^3$ . La figure 8 montre le résultat du calcul pour le même écoulement dans des représentations visuelles en 2D et en 3D.

Cette méthode permet de mettre en valeur les cas où des zones d'écoulements distinctes sont générées à partir de la même région d'intérêt du fait de la topographie locale. Alors que la figure 8 montre une direction d'écoulement relativement homogène, la figure 9 montre deux zones d'écoulement différentes qui sont constituées d'une multiplicité de branches.

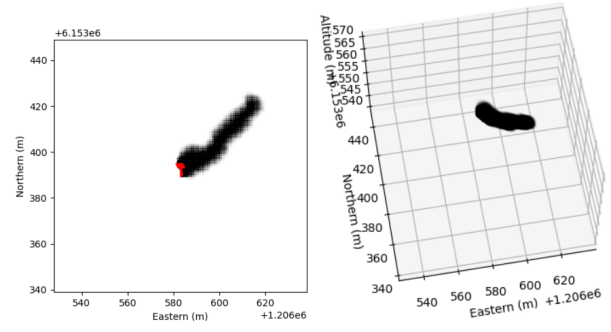


Figure 8 – Représentations 2D vu de dessus (à gauche) et 3D (à droite) de la même zone d'écoulement floue

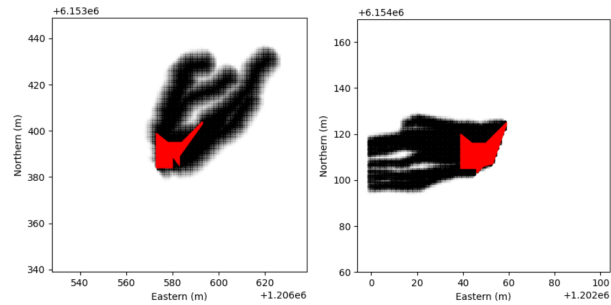


Figure 9 – Exemples d'écoulements à partir de polygones crisp, avec des formes variées et depuis différents points du MNT

## 6.4 Application à un cas réel

Dans cette section, nous montrons les résultats de la méthode non plus appliquée à une région figurant un bâtiment hypothétique (section 6.3), mais à un bâtiment réel, extrait d'une base de données *ad hoc*. A cette fin, nous avons sélectionné le château de Corte, situé en Corse, et extrait sa géométrie en utilisant des données disponibles publiquement de Open Street Map<sup>2</sup>. Cette analyse pourrait être réalisée avec n'importe quel bâtiment pourvu que l'on dispose de sa géométrie, mais ce château, situé au sommet d'un pic rocheux, présente un environnement topographique complexe, et la génération d'une carte pourrait être utile aux premiers secours. La figure 10 montre le château en question, pour illustrer ses caractéristiques topographiques, ainsi que

2. <https://www.openstreetmap.org/>



le résultat du calcul, montrant par exemple les voies d'évacuation des eaux en cas de précipitations intenses.

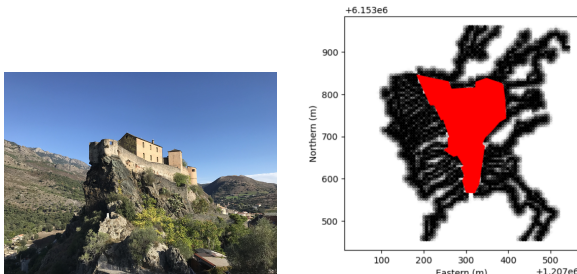


Figure 10 – Vue du château de Corte (depuis le Sud) et zone d'écoulement floue depuis celui-ci

## 7 Conclusion

Dans cet article, nous utilisons le cadre de la morphologie mathématique floue afin de définir des relations topographiques en 3D, impliquant la ligne de plus grande pente et la notion de niveau du sol. L'usage de la morphologie mathématique floue a été motivé par son adaptabilité aux relations en 3D. Ces relations ont été définies avec nos propres éléments structurants, avec lesquels des objets flous ont été dilatés. Nous avons appliqué ces relations au calcul d'une zone d'écoulement, le résultat étant un ensemble flou calculé sur un MNT local, permettant de donner une meilleure compréhension de la scène aux premiers secours. Nous illustrons cette approche avec un écoulement depuis le château de Corte.

Les futurs travaux se concentreront sur la définition d'autres relations spatiales afin de développer un ensemble plus large de relations basées sur la topographie, et de raisonner sur des caractéristiques géographiques floues en trois dimensions.

### Remerciements :

Ces travaux prennent place au sein du projet Respon-Drone, financé par l'Union Européenne dans le cadre du programme H2020 pour la recherche et l'innovation, sous la référence numéro 833717.

## Références

- [1] X. Jia, G. Morel, H. Martell-Flore, F. Hissel, J.-L. Batoz. Fuzzy logic based decision support for mass evacuations of cities prone to coastal or river floods. *Environmental Modelling & Software*, 85 :1-10, 2016
- [2] F. Di Martino, I. Perfiljeva, S. Sessa, S. Senatore. Fuzzy methods and approximate reasoning in geographical information systems. *Advances in Fuzzy Systems*, 2014, 2014
- [3] L. Boudet, J.-P. Poli, L.-P. Bergé, M. Rodriguez. Situational assessment of wildfires : a fuzzy spatial approach. *Actes de la IEEE 32nd International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*, 2020, pp. 1180-1185
- [4] A. Calzada, J. Liu, H. Wang, A. Kashyap. A GIS-based spatial decision support tool based on extended belief rule-based inference methodology. *Actes du 4th International Workshop on Knowledge Discovery, Knowledge Management and Decision Support*, 2013, pp. 388-395
- [5] A. Dilo, R. A. de By, A. Stein. system of types and operators for handling vague spatial objects. *Int. J. Geogr. Inf. Sci.*, 21(4) :397-426, 2007
- [6] M. A. Cobb, F. E. Petry. Modeling spatial relationships within a fuzzy framework. *Journal of the American Society for Information Science*, 49(3) :253-266, 1998
- [7] S. Schockaert, M. D. Cock, E. Kerre. Reasoning About Fuzzy Temporal and Spatial Information from the Web. *USA : World Scientific Publishing Co., Inc.*, 2010
- [8] J. Verstraete, G. De Tre, A. Hallez, R. De Caluwe. Using TIN-based structures for the modelling of fuzzy GIS objects in a database. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 15 :1-20(suppl.), 2007
- [9] I. Bloch, H. Maître. Fuzzy mathematical morphologies : A comparative study. *Pattern Recognition*, 28(9) :1341-1387, 1995
- [10] C. Leroux, H. Jones, L. Pichon, S. Guillaume, J. Lamour, J. Taylor, O. Naud, T. Crestey, J.-L. Lablee, B. Tisseyre. GeoFIS : An open source, decision-support tool for precision agriculture data. *Agriculture*, 8(6), 2018
- [11] A. Chaves Carniel, M. Schneider, R. R. Ciferri. FI-FUS : A rule-based fuzzy inference model for fuzzy spatial objects in spatial databases and GIS. *Actes de la 23rd SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2015
- [12] I. Bloch, A. Ralescu. Directional relative position between objects in image processing : a comparison between fuzzy approaches. *Pattern Recognition*, 36 :1563-1582, 2003
- [13] I. Bloch. Fuzzy relative position between objects in image processing : a morphological approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(7) :657-664, 1999
- [14] J. Freeman. The modelling of spatial relations. *Computer Graphics and Image Processing*, 4(2) :156-171, 1975