



HAL
open science

Vers l'approximation de fonctions monotones avec le modus ponens généralisé graduel à partir de peu de données: application à la Science des Matériaux

Hiba Hajri, Jean-Philippe Poli, Laurence Boudet

► **To cite this version:**

Hiba Hajri, Jean-Philippe Poli, Laurence Boudet. Vers l'approximation de fonctions monotones avec le modus ponens généralisé graduel à partir de peu de données: application à la Science des Matériaux. Rencontres francophones sur la logique floue et ses applications, Oct 2021, Paris, France. pp.85. cea-03406888

HAL Id: cea-03406888

<https://cea.hal.science/cea-03406888>

Submitted on 28 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers l'approximation de fonctions monotones avec le modus ponens généralisé graduel à partir de peu de données : Application à la Science des Matériaux

Hiba Hajri

Jean-Philippe Poli

Laurence Boudet

Université Paris-Saclay, CEA, List, F-91120, Palaiseau, France

{prenom.nom}@cea.fr

Résumé :

Dans cet article, nous présentons une nouvelle approche pour prédire des fonctions monotones basée sur le Modus Ponens Généralisé Graduel (MPGG). Nous proposons d'optimiser les paramètres de telles règles floues avec un algorithme génétique à partir de peu de données expérimentales. Nous utilisons notre approche pour prédire certaines propriétés des matériaux à partir des paramètres de leur processus de fabrication. Nous extrayons automatiquement la causalité, recherchons la gradualité puis mettons en place le MPGG. Nous avons testé notre approche sur des données synthétiques et réelles.

Mots-clés :

Modus ponens généralisé graduel, Extraction de connaissances, Science des matériaux.

Abstract:

In this paper, we present a new approach to predict monotonous functions based on the Gradual Generalized Modus Ponens (GGMP). We propose to optimise the parameters of such fuzzy rules with a genetic algorithm considering few experimental data. We use our approach to predict some properties of materials from their manufacturing process parameters. We automatically extract causality, seek for graduality and then set up the GGMP. We tested on both toy and real world datasets.

Keywords:

Gradual Generalized Modus Ponens, Knowledge Extraction, Materials Science.

1 Introduction

La conception de nouveaux matériaux est une tâche fortement expérimentale qui peut être assistée notamment en prédisant les propriétés d'un matériau à partir de ses paramètres de fabrication. L'Intelligence Artificielle a été largement utilisée pour construire des modèles à partir de données [9] ou de connaissances [2].

Dans ce contexte, nous proposons une approche pouvant être utilisée par les experts pour extraire des connaissances utiles à partir de peu de données, et pouvant éventuellement orienter leurs prochaines expériences. Le but est de

construire un système d'inférence floue dont les règles sont extraites à partir de données. Dans cet article, nous décrivons l'approche en ce qui concerne le traitement de la gradualité qui est souvent utilisée dans ce domaine, comme par exemple "plus la température est élevée, plus le matériau est clair".

La gradualité a été définie de différentes manières en logique floue [3, 6]. Dans ce travail, nous étudions spécifiquement le Modus Ponens Généralisé Graduel (MPGG) [13] comme étant un moyen d'approximation des fonctions monotones, et donc des relations graduelles entre les paramètres et les propriétés. Le MPGG a également l'avantage de pouvoir traiter des singletons et des ensembles flous comme entrées et donc de permettre la spécification d'une plage de valeurs d'entrée au lieu d'une seule.

Dans cet article, nous présentons dans la section 2 notre approche globale. Nous décrivons le contexte de notre travail concernant la causalité, la gradualité et le MPGG dans la section 3. Nous détaillons par la suite les différentes parties de notre approche qui consiste à extraire des règles graduelles (section 4) et à utiliser le MPGG pour prédire leurs valeurs (section 5). Nous validons cette approche sur des données synthétiques (section 6) puis sur des données réelles (section 7) et discutons des résultats (section 8). Enfin, nous présentons quelques conclusions et perspectives.

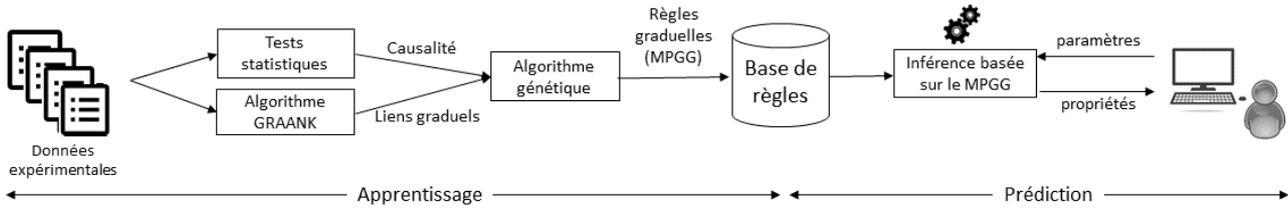


Figure 1 – Présentation de l'approche

2 Présentation de l'approche

Dans cette section, nous décrivons notre approche pour extraire des connaissances graduels pertinentes à partir de données expérimentales et prédire les propriétés des matériaux à partir de leurs paramètres de fabrication (Figure 1). La première partie de notre approche consiste à identifier et caractériser les liens entre les paramètres du processus de fabrication et les propriétés des matériaux : (1) les liens de causalité et (2) les *itemsets* graduels par l'utilisation de l'algorithme GRAANK introduit dans [5]. Ensuite, nous combinons les résultats obtenus pour générer des liens graduels finaux. Chaque lien graduel relie un ensemble de paramètres de fabrication avec une propriété influencée par ceux-ci.

Nous représentons chaque lien graduel détecté avec une règle graduelle basée sur le MPGG puis nous optimisons ses paramètres à partir de données expérimentales (section 4). Enfin, l'utilisateur final sélectionne des paramètres de fabrication et les présente au système d'inférence qui renvoie les valeurs de propriétés des matériaux qui devraient être atteintes selon le modèle. L'inférence est effectuée en utilisant le MPGG (section 5).

3 Contexte

Dans cette section, nous présentons le contexte nécessaire pour comprendre notre approche.

3.1 Extraction de la causalité

Plusieurs approches introduites dans la littérature utilisent l'analyse statistique pour

définir l'importance des paramètres du processus de fabrication. En se basant sur notre étude de la littérature, sans perte de généralité, nous avons choisi d'utiliser, pour les paramètres catégoriels, l'analyse de la variance (ANOVA) lorsque ses hypothèses d'utilisation sont satisfaites (normalité, homogénéité de la variance et indépendance des observations), et un test statistique non paramétrique sinon, tel que le test de Kruskal-Wallis. Pour les paramètres continus, nous utilisons l'analyse de régression pour évaluer les relations entre ces paramètres et les propriétés des matériaux et pour en déduire les paramètres continus les plus significatifs influençant chaque propriété.

3.2 Gradualité

Les dépendances graduels ont été introduites pour prendre en compte les variations communes entre les valeurs d'attributs. On retrouve dans [4] une définition de règles graduels qui représentent le lien entre le degré de satisfaction de l'antécédent avec celui de la conséquence de la règle. Nous commençons cette partie par la présentation de quelques notations et définitions de base adoptées dans notre travail, telles que définies dans [5].

Définition 1 (Item graduel) *Un item graduel A^* est défini comme une paire d'un attribut A associé à une variation $* \in \geq, \leq$. A^{\geq} exprime une augmentation des valeurs de A "Plus A est élevé". A^{\leq} exprime une diminution des valeurs de A "Plus A est faible".*

Définition 2 (Itemset graduel) *Un itemset graduel $IG = A_1^* A_2^* \dots A_n^*$ est une combinaison de n items graduels. Il implique un changement simultané entre n attributs.*

Par exemple, l'*itemset* graduel “Plus la qualité du produit est élevée et plus son prix est élevé” peut être formalisé par deux *itemsets* : $Qualite \geq Prix \geq$.

Définition 3 (Règle graduelle) Une règle graduelle RG , notée : $IG_1 \rightarrow IG_2$, est définie comme étant une paire d'*itemsets* graduels IG_1 et IG_2 qui doivent être obligatoirement liés par une relation de causalité. IG_1 représente l'antécédent de la règle RG et IG_2 représente sa conséquence.

Par exemple, la règle graduelle, “Plus la voiture est rapide alors plus la consommation de carburant est élevée” s'écrit $Vitesse \geq \rightarrow Consommation \geq$.

Parmi les techniques introduites pour extraire les dépendances graduels, la dépendance graduelle peut être interprétée comme une covariation entre deux concepts A et B [4]. Elle est représentée par $A \rightarrow^t B$. Une augmentation des valeurs de A s'accompagne d'une augmentation des valeurs de B . Afin d'extraire de telles dépendances, Hüllermeier propose de modéliser des ensembles flous à l'aide d'un diagramme de contingence et d'appliquer une analyse de régression linéaire entre les deux attributs.

Dans [1], la gradualité est basée sur la corrélation entre les attributs comme dans l'approche de régression [4]. Cependant, l'interprétation des dépendances graduels entre les attributs repose sur l'ordre de classement induit par les attributs et non sur leurs valeurs numériques comme dans [4]. Dans [1], une dépendance graduelle basée sur l'ordre “plus il y a de A , plus il y a de B ” est traduite par si $\forall x, x' \in D, A(x) < A(x')$ implique $B(x) < B(x')$. Il est important de noter que cette définition prend en compte une relation de causalité entre les *itemsets* graduels.

L'algorithme GRAdual rANKing (GRAANK) présenté dans [5] considère l'évaluation de la gradualité en termes de corrélation d'ordres comme proposé dans [1] et utilise la définition

de l'*itemset* graduel et de la mesure de support présentés dans [1].

3.3 Modus Ponens Généralisé Graduel

Plusieurs travaux dans la littérature considèrent la gradualité d'un système d'inférence floue et la manière d'assurer la monotonie de ses sorties en fonction de ses entrées [10, 11]. La particularité du MPGG, introduit dans [13], est l'intégration de la gradualité dans le mécanisme d'inférence. Il représente une version étendue du Modus Ponens Généralisé (MPG) permettant d'intégrer l'hypothèse graduelle lorsqu'elle existe, i.e. lorsqu'il existe une relation monotone entre l'entrée et la sortie.

Comme pour le MPG, le MPGG permet d'obtenir un ensemble flou en sortie pour un ensemble flou en entrée et un singleton en sortie pour un singleton en entrée. Cela permet de prédire les propriétés des matériaux attendues même lorsque les paramètres sont définis approximativement.

Afin de considérer la gradualité, l'approche MPGG est basée sur la décomposition de chaque ensemble flou de la prémisse et de la conclusion de la règle en trois parties : *Smaller*, *Greater* et *Indistinguishable* (Figure 2).

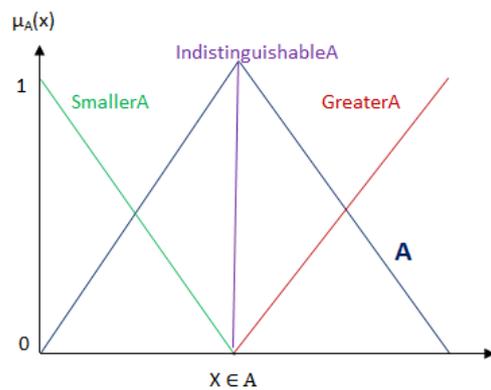


Figure 2 – Décomposition par le MPGG de l'univers de discours en trois ensembles flous en fonction d'un ensemble flou triangulaire A

Par exemple, pour un MPGG croissant, soient X et Y deux variables linguistiques définies

sur les univers de discours U et V . A est un ensemble flou de X et B est un ensemble flou de Y . Nous définissons la règle floue R : “si X est A alors Y est B ”. L’univers de la prémisse (resp. de la conclusion) est décomposé en trois ensembles flous en fonction de A (resp. B) : *Smaller_A*, *Greater_A* et *Indistinguishable_A* (resp. *Smaller_B*, *Greater_B* et *Indistinguishable_B*). En se basant sur cette décomposition, l’inférence n’utilise que les parties correspondantes de A et B . Par exemple, pour déduire la partie *Smaller_B* de B , seule la partie *Smaller_A* de A est utilisée [13].

Dans le MPGG, A et B doivent être convexes, normalisés et continus; leurs supports doivent être bornés. La définition des fonctions d’appartenance des trois parties, *Smaller*, *Greater* et *Indistinguishable* de la prémisse et de la conclusion de R , est basée sur le noyau et le complément de A et B [13].

Soit l’intervalle $[A_L, A_R]$ représentant le noyau de l’ensemble flou A , i.e. $\forall x \in [A_L, A_R], \mu_A(x) = 1$, les fonctions d’appartenance des parties *Smaller*, *Greater* et *Indistinguishable* de A sont définies comme suit :

$$\phi_{Smaller_A}(x) = \begin{cases} 1 - \mu_A(x) & \text{si } x < A_L \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

$$\phi_{Greater_A}(x) = \begin{cases} 1 - \mu_A(x) & \text{si } x > A_R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2)$$

$$\phi_{Indisting_A}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [A_L, A_R] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3)$$

Le MPGG a été également défini pour les règles avec plusieurs entrées et pour les relations monotones décroissantes. Pour plus de détails, nous invitons le lecteur à se référer à [12, 13].

4 Extraction des règles graduelles à partir de données

Pour définir une règle graduelle basée sur le MPGG, de nombreux paramètres doivent être définis.

Dans un premier temps, nous devons considérer le niveau de granularité de chaque variable linguistique de la règle. En particulier, le nombre

d’ensembles flous utilisés pour décrire les variables d’entrée et de sortie est sélectionné. Ce nombre doit être défini soit en fonction du nombre de données disponibles, soit en fonction de la complexité de la forme de la fonction à approximer.

Nous supposons qu’un ensemble flou triangulaire est requis pour une courbe linéaire monotone. De plus, afin de respecter les contraintes d’application du MPGG, deux demi-triangles sont ajoutés dans la partition finale, aux deux extrémités de l’univers du discours. Plus la forme de la courbe est complexe, plus le nombre d’ensembles flous nécessaires pour représenter les données correspondantes et leur aspect graduel doit être élevé.

Une fois la granularité choisie, nous considérons un premier jeu de paramètres : la localisation des sommets des fonctions d’appartenance utilisées en prémisse et en conclusion de la règle. On suppose que les demi-triangles ont chacun un sommet localisé à une extrémité de son univers de discours.

Ensuite, nous introduisons un deuxième jeu de paramètres qui pondère la contribution de chaque entrée dans l’inférence de la valeur de la sortie. Ceci est particulièrement utile pour prendre en compte une contribution asymétrique des différentes variables d’entrée. La considération de ces poids permet de détecter la contribution optimisée de chaque paramètre de fabrication et conduit à une meilleure prédiction des valeurs de propriété du matériau.

Enfin, un algorithme génétique optimise ces deux derniers jeux de paramètres. La taille des individus dépend du nombre de variables d’entrées de la règle et de la granularité choisie pour les variables linguistiques. De plus, nous ajoutons une contrainte sur les gènes afin de préserver l’ordre croissant des positions des sommets des fonctions d’appartenance triangulaires de chaque variable linguistique. Pour cela, nous commençons avec une population

initiale respectant cette contrainte.

Nous utilisons comme fonction d'évaluation la valeur de la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) entre les valeurs prédites et les valeurs réelles.

5 Prédiction des propriétés à partir des paramètres

Le mécanisme d'inférence MPGG est une adaptation de MPG pour induire la gradualité. Soit la règle floue R : "Si X est A alors Y est B ". Soit A' une nouvelle observation de X avec A' un ensemble flou. La fonction d'appartenance de la conclusion B' est définie comme suit [13] :

$$\forall y \in V, \mu_{B'}(y) = \sup_{x \in \psi(y)} \top(\mu_{A'}(x), I(\mu_A(x), \mu_B(y))) \quad (4)$$

où \top est une t-norme, I est un opérateur d'implication flou et

$$\psi(y) = \{x \in U \mid \phi P_A(x) = \phi P_B(y) \text{ and } \phi P_B(y) > 0\}$$

avec $P \in \{\text{Smaller, Greater, Indistinguishable}\}$ et ϕP est défini par les équations 1 à 3.

Dans le cas d'entrées et de règles multiples, et afin de prendre en compte les poids que nous avons ajoutés, l'équation proposée dans [12] permettant de calculer la conclusion agrégée et défuzzifiée y_f , a été modifiée en :

$$y_f = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_i^j \mu_{B_i}(y_i^j) \mu_{B_i'^j}(y_i^j) y_i^j}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_i^j \mu_{B_i}(y_i^j) \mu_{B_i'^j}(y_i^j)} \quad (5)$$

où chaque $w_i^j \in [0; 1]$ représente le poids de l'entrée j dans la règle i ; y_i^j représente les points auxquels $B_i'^j$ a des valeurs d'appartenance positives.

6 Validation

Dans cette section, nous montrons qu'un MPGG correctement défini peut être utilisé pour approcher des fonctions monotones. Nous rappelons que dans notre application, nous avons peu de données donc nous ne sommes pas en mesure d'évaluer si la relation entre les paramètres et les propriétés est linéaire, polynomiale, etc.

Nous avons ainsi testé l'approche sur certaines fonctions monotones jouets. Pour chaque cas, nous avons généré pour la phase d'apprentissage un jeu de données avec quelques points régulièrement échantillonnés dans l'univers de discours de la variable d'entrée. Il est important de noter que la vraie fonction utilisée pour générer les données n'est pas utilisée par notre méthode.

Nous avons testé la fonction quadratique croissante $f(x) = 2x^2$ sur $[1; 100]$. Pour prendre en compte la complexité de cette relation, nous avons utilisé 6 ensembles flous pour partitionner les univers d'entrée et de sortie : 4 triangles et 2 demi-triangles. Dans la Figure 3, nous montrons les valeurs de sortie prédites et les valeurs réelles pour un ensemble de données de test artificiel. La valeur de l'erreur absolue moyenne en pourcentage (MAPE) est d'environ 9%.

Ensuite, nous avons testé la fonction sigmoïde définie par $f(x) = 1/(1 + e^{-x})$ sur $[-5; 5]$. Compte tenu de la complexité de cette relation, nous avons choisi d'utiliser 7 ensembles flous pour partitionner l'univers de l'entrée et de la sortie : 5 triangles et 2 demi-triangles. Les résultats sont affichés sur la Figure 3. La valeur de MAPE est d'environ 6,5%.

7 Évaluation expérimentale

Dans cette section, nous évaluons la méthode sur un ensemble de données expérimentales issues d'un procédé par dépôt physique par phase vapeur (PVD) [7] visant à produire des films minces d'oxyde de zinc par pulvérisation cathodique. Il contient 59 expériences obtenues à partir de quatre expériences conçues par la méthode Taguchi. Cette méthode ne sélectionne que quelques valeurs pour chaque paramètre d'influence possible. Dans les expériences, il y a quatre paramètres considérés comme catégoriels : la pression (Pr), la pression partielle (PP), la puissance (P) et la vitesse de défilement ($Vdef$) et un cinquième paramètre quantitatif : le nombre de passages (NP). Différents types de propriétés des matériaux

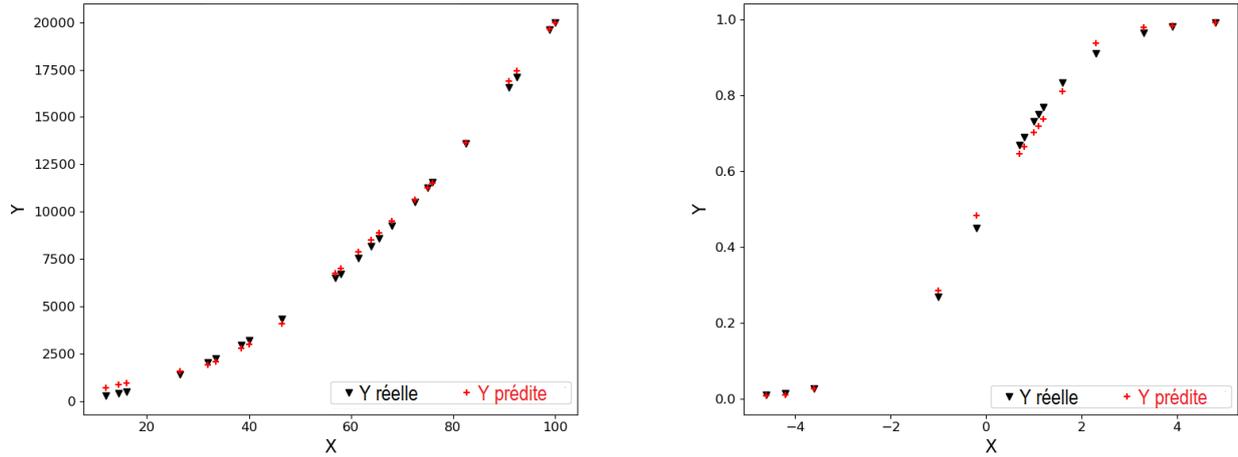


Figure 3 – Prédiction d’une relation croissante à une entrée et une sortie basée sur l’apprentissage des règles graduelles. Les relations réelles sont définies par une fonction quadratique (gauche) et une sigmoïde (droite).

sont mesurés : mécaniques, optiques et physiques.

Le premier exemple de propriété mesurée est la vitesse de dépôt ($Vdep$). La détection des paramètres influençant cette propriété indique deux paramètres principaux : Pr et P . En appliquant l’algorithme GRAANK, nous obtenons le lien graduel suivant :

$$LG_1 : P^{\geq}, Pr^{\leq} \rightarrow Vdep^{\geq}. \quad (6)$$

Nous avons également travaillé sur l’épaisseur du film (Ep) obtenu. Nous avons pu déduire que Ep est influencé par : $Vdef$, P et NP . L’algorithme GRAANK nous a permis de détecter trois *itemsets* graduels. Ainsi, nous pouvons conclure le lien graduel suivant :

$$LG_2 : P^{\geq}, NP^{\geq}, Vdef^{\leq} \rightarrow Ep^{\geq}. \quad (7)$$

Pour chaque propriété, nous extrayons les règles graduelles à partir des données expérimentales comme présenté dans la section 4 avec cinq ensembles flous pour chaque variable linguistique représentant l’antécédent et la conséquence de chaque règle. Nous avons utilisé une validation croisée à 5 plis pour évaluer les performances de notre approche.

La prédiction pour la propriété $Vdep$ est effectuée avec une valeur moyenne de MAPE

de 9.5% (avec un écart-type de 2.23%) et de RMSE de 1.8 (avec un écart type de 0.31) sur les 5 plis. La figure 4 montre la prédiction de $Vdep$ en fonction des deux paramètres l’influencent. Elle permet de vérifier le lien graduel $LG1$ qui a été automatiquement extrait. De plus, la prédiction des valeurs de $Vdep$ est assez précise même si elle varie dans une large plage de valeurs en fonction de la pression et de la puissance.

La prédiction de la propriété Ep est obtenue avec une valeur moyenne de MAPE de 57.49% (avec un écart type de 5.7%) et de RMSE de 59.12 (avec un écart-type de 19.51) sur les 5 plis. Il est important de noter que la valeur maximale de Ep dans l’ensemble de données expérimentales est 743 nm. La figure 5 montre les valeurs prédites et réelles de Ep en fonction des valeurs de deux des trois paramètres influençant cette propriété : la prédiction est assez bonne dans tous les cas excepté un. On peut noter que l’espace d’entrée-sortie est peu dense, surtout en considérant qu’un troisième paramètre influence cette propriété.

8 Discussion

L’interprétation des résultats obtenus nous permet de tirer quelques conclusions. En effet, le

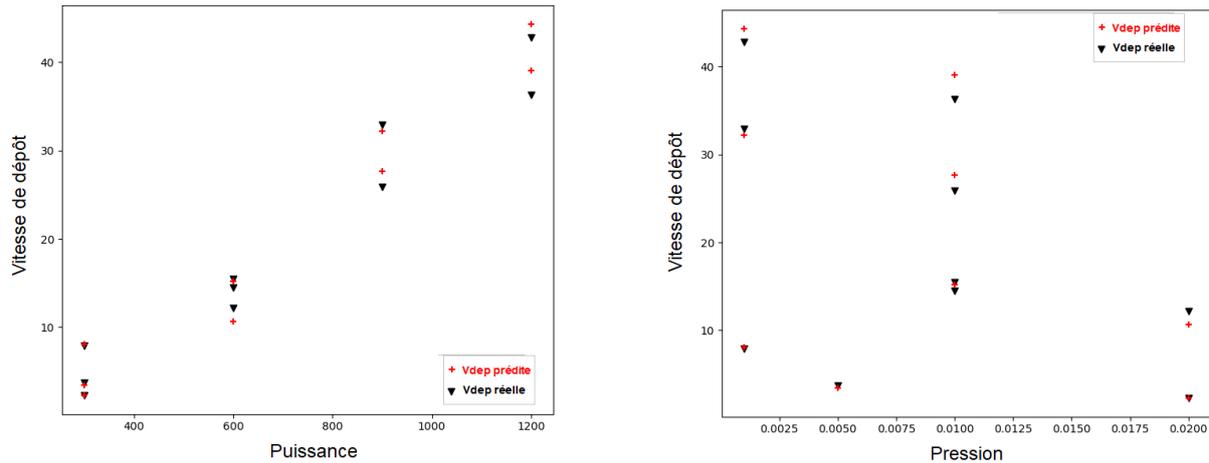


Figure 4 – Valeurs prédites et réelles de V_{dep} en fonction de P (à gauche) et de Pr (à droite).

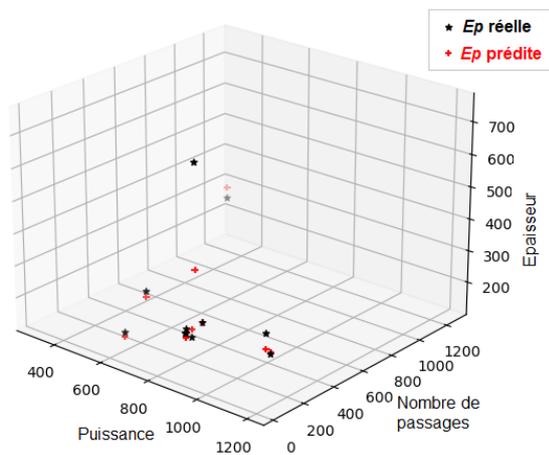


Figure 5 – Valeurs prédites et réelles de Ep par le meilleur individu d'un pli.

nombre d'ensembles flous utilisés pour décrire les variables linguistiques d'entrée et de sortie de la règle graduelle représente un paramètre important dans cette approche.

Un nombre insuffisant d'ensembles flous avec peu de données expérimentales limitent la capacité d'apprendre un modèle précis. Lorsque les données sont très peu nombreuses, nous pouvons utiliser presque autant de partitions que de valeurs différentes pour chaque paramètre et chaque propriété. Ceci permettra d'apprendre les segments entre chaque couple de points. Lorsque les données sont plus nombreuses, il est important de choisir un partitionnement permettant des bonnes performances, en fonction

de la précision requise par l'application. De plus, si le partitionnement a un impact sur le temps d'apprentissage, il n'affecte pas le temps d'inférence puisque seules quelques fonctions d'appartenance sont utilisées pour calculer le résultat du MPPG.

Dans les expériences ci-dessus, nous avons effectué différents tests pour sélectionner le nombre d'ensembles flous à utiliser pour chaque règle graduelle. Il serait intéressant d'automatiser la sélection du nombre optimal des ensembles flous.

Nous avons vérifié les règles graduelles extraites avec des experts en matériaux : ils confirment à la fois l'intérêt de notre approche et les résultats qu'elle permet d'obtenir.

L'approche proposée permet d'extraire des connaissances utiles à partir de peu de données. En contrepartie, d'autres méthodes comme les systèmes ANFIS, nécessitent de grands ensembles de données et leur interprétabilité n'est pas toujours garantie en raison du nombre de règles générées [8]. Pour les approches de Sugeno, ils requièrent la connaissance *a priori* de la forme de la fonction à approximer.

Les avantages de notre méthode sont :

- Une bonne prédiction des propriétés à partir des paramètres de fabrication ;
- Une représentation avec une phrase

- comme : “plus ... plus”, qui est compréhensible par l'utilisateur final ;
- Une extraction des règles graduelles pouvant cohabiter avec d'autres types de règles ce qui permet de gérer d'autres relations entre paramètres et propriétés ;
 - Un traitement des valeurs singleton et des ensembles flous pouvant représenter des valeurs ou des intervalles imprécis.

9 Conclusion

Dans cet article, nous présentons une utilisation originale du MPPG pour l'approximation de fonctions monotones. Cette approximation est possible pour des entrées à la fois sous forme de valeurs uniques ou d'ensemble flous et ne requiert pas d'hypothèses sur la forme de la fonction monotone. Dans cet article, nous nous sommes concentrés sur la disponibilité de quelques données, mais sans perte de généralité, notre approche pourrait également fonctionner avec plus de données. Notre méthode a l'avantage d'extraire, à partir des données, des connaissances utiles et interprétables par l'être humain et ne s'arrête pas à fournir les résultats comme le proposent d'autres approches.

Nous avons appliqué avec succès notre approche au domaine des nouveaux matériaux et nous avons montré qu'elle permettait de prédire les propriétés attendus à partir des paramètres de fabrication hypothétiques. Puisque les scientifiques du domaine ont validé les liens graduels détectés et approuvés nos résultats, nous continuerons à améliorer cette approche en la généralisant à d'autres types de relations.

Remerciements :

Ce travail est financé par le plan transverse de compétences “Matériaux et Procédés” du CEA. Nous remercions nos collègues F. Schuster, C. Ducros et A. Michau pour leur temps, le partage de leurs connaissances et leurs données expérimentales.

Références

[1] F. Berzal, J. C. Cubero, D. Sánchez, M.-A. Vila, and J.-M. Serrano. An alternative approach to discover gradual dependencies. *International Journal of*

Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 15(05) :559–570, 2007.

- [2] O. B. Douma, B. Boukhatem, and M. Ghrici. Prediction compressive strength of self-compacting concrete containing fly ash using fuzzy logic inference system. *International Journal of Materials and Metallurgical Engineering*, 8(12) :1336 – 1340, 2014.
- [3] D. Dubois and H. Prade. Gradual inference rules in approximate reasoning. *Information Sciences*, 61(1) :103–122, 1992.
- [4] E. Hüllermeier. Association rules for expressing gradual dependencies. In *European Conference on Principles of Data Mining and Knowledge Discovery*, pages 200–211. Springer, 2002.
- [5] A. Laurent, M.-J. Lesot, and M. Rifqi. Graank : Exploiting rank correlations for extracting gradual itemsets. In *International Conference on Flexible Query Answering Systems*, pages 382–393. Springer, 2009.
- [6] C. Marsala and M. Rifqi. Fuzzy decision tree and fuzzy gradual decision tree : Application to job satisfaction. In *2017 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pages 1–6, 2017.
- [7] D. M. Mattox. *Handbook of physical vapor deposition (PVD) processing*. William Andrew, 2010.
- [8] M. N. M. Salleh, N. Talpur, and K. Hussain. Adaptive neuro-fuzzy inference system : Overview, strengths, limitations, and solutions. In *International Conference on Data Mining and Big Data*, pages 527–535. Springer, 2017.
- [9] D. I. Stoia, L. Marşavina, and E. Linul. Correlations between process parameters and outcome properties of laser-sintered polyamide. *Polymers*, 11(11), 2019.
- [10] K. M. Tay, C. P. Lim, and T. L. Jee. Building monotonicity-preserving fuzzy inference models with optimization-based similarity reasoning and a monotonicity index. In *2012 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pages 1–8. IEEE, 2012.
- [11] E. Van Broekhoven and B. De Baets. Monotone mamdani–assilian models under mean of maxima defuzzification. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(21) :2819–2844, 2008.
- [12] P.-N. Vo and M. Detyniecki. Towards smooth monotonicity in fuzzy inference system based on gradual generalized modus ponens. In *8th conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT-13)*. Atlantis Press, 2013.
- [13] P.-N. Vo, M. Detyniecki, and B. Bouchon-Meunier. Gradual generalized modus ponens. In *2013 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pages 1–7. IEEE, 2013.