HAL open science

Holographie numérique en ligne pour la caractérisation de la phase dispersée d'un écoulement liquide/liquide en géométrie astigmate

M. Sentis, Laurent Bruel, S. Charton, F. Onofri, F. Lamadie

To cite this version:

M. Sentis, Laurent Bruel, S. Charton, F. Onofri, F. Lamadie. Holographie numérique en ligne pour la caractérisation de la phase dispersée d'un écoulement liquide/liquide en géométrie astigmate. 15ème Congrès Francophone de Techniques Laser (CFTL - 2016), Sep 2016, Toulouse, France. cea-02439471

HAL Id: cea-02439471

https://cea.hal.science/cea-02439471v1

Submitted on 26 Feb 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Holographie numérique en ligne pour la caractérisation de la phase dispersée d'un écoulement liquide/liquide en géométrie astigmate

Matthias PL SENTIS [1], Laurent BRUEL [2], Sophie CHARTON [1], Fabrice ONOFRI [3], Fabrice LAMADIE [1*]

[1] CEA, DEN, DTEC, SGCS, F-30207 Bagnols-sur-Cèze, France

[2] CEA, DEN, DTEC, SEPE, F-30207 Bagnols-sur-Cèze, France

[3] Aix-Marseille Université, CNRS, IUSTI, UMR 7343, 13453 Marseille Cedex 13, France

*Auteur correspondant: fabrice.lamadie@cea.fr

La transformée de Fresnel généralisée est étendue afin de prendre en compte l'astigmatisme induit par des éléments optiques en holographie numérique en ligne. Une réponse impulsionnelle et une fonction de transfert généralisées, ainsi que des conditions d'échantillonnage ad hoc, permettent une implémentation rigoureuse de cette transformation. Il est également proposé de localiser le jet photonique produit par chaque goutte pour accroitre de manière notable la précision sur la position axiale des gouttes. L'applicabilité de ces différents développements théoriques et numériques est démontrée expérimentalement sur un écoulement de gouttes en conduite cylindrique, en obtenant avec une bonne précision leurs positions 3D et leurs tailles.

1 Introduction

L'Holographie Numérique (HN) en ligne est une technique de référence pour la caractérisation des écoulements multiphasiques en permettant la mesure simultanée de la position dans l'espace et de la taille des particules dans la phase dispersée [1-7]. Cependant, cette technique optique souffre encore de certaines limitations, l'une des plus critiques étant la prise en compte de l'astigmatisme [8]. Cet astigmatisme, pouvant être généré par certains éléments optiques, induit une courbure des fronts d'onde du faisceau incident et des ondes diffusées qui rend inutilisable les outils classiquement utilisés en HN. En effet ces outils, comme par exemple la propagation *via* la fonction de transfert de Fresnel (ou sa réponse impulsionnelle [9]) supposent un milieu homogène et des noyaux de propagation symétriques. Étant donné qu'un grand nombre de procédés industriels ou d'expériences en laboratoire de génie chimique sont effectués dans des réacteurs cylindriques, traiter de l'astigmatisme en HN en ligne est important. Dans la littérature, deux méthodes sont souvent utilisées pour répondre à cette problématique. La première, introduite par Collins *et al*. [10], est une généralisation de l'intégrale de diffraction scalaire pour des systèmes optiques pouvant être décrits par des matrices de transfert dans le cadre de l'approximation paraxiale. La formulation de Collins, qui permet d'exprimer la distribution des amplitudes complexes du champ après propagation dans un système optique, peut être exprimée analytiquement (Verrier *et al.* [11]) soit *via* une fonction de transfert de Fresnel généralisée [12]. La deuxième méthode, introduite par Ozaktas *et al*. [13], repose sur les propriétés de la transformée de Fourier fractionnaire. Dans ce cadre théorique [13], tous les systèmes optiques à phase quadratique peuvent être modélisés par une transformée de Fourier fractionnaire magnifiée par une courbure de phase qui leur est spécifique [14].

Dans cette communication, nous proposons un modèle général pour la simulation directe et inverse des hologrammes dans les systèmes optiques astigmates. La propagation de la lumière est simulée en utilisant une fonction de transfert de Fresnel généralisée qui est préférée à la transformée de Fourier fractionnaire [15] parce que moins couteuse en temps de calcul. En outre, cette méthode permet de répondre à certaines limites de la solution analytique [11], où la propagation associée à chaque particule doit être considérée séparément et qui exige la mise en place d'une décomposition spécifique pour chaque forme de particule considérée [8, 16, 17].

Cet article est divisé en cinq parties. Apres cette brève introduction, la mise en œuvre de la transformé de Fresnel généralisée pour la simulation directe d'hologrammes est décrite dans la section 2. La méthode de détermination des paramètres caractéristiques des particules est détaillée dans la section 3. La robustesse de cette méthode a été testée sur un dispositif expérimental, les résultats obtenus sont présentés dans la section 4. Enfin, la section 5 propose une conclusion à ces travaux.

2 Modèle direct pour la simulation d'hologrammes dans des systèmes optiques astigmates

2.1 La Transformée d'Huygens-Fresnel Généralisée (THFG)

En espace libre (milieu continu uniforme), l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld décrit l'amplitude U_z d'une onde plane non polarisée de longueur d'onde λ et de vecteur d'onde $k = 2\pi/\lambda$ qui se propage selon l'axe z [9]. Dans des systèmes optiques astigmates, l'amplitude U_z peut être exprimée par la formule de Collins [10, 12] :

$$U_z(x,y) = \frac{exp(ikz)}{i\lambda\sqrt{B_x B_y}} \iint_{R^2} U(u,v)\, exp\left(i\pi \frac{A_x u^2 - 2xu + D_x x^2}{\lambda B_x}\right) exp\left(i\pi \frac{A_y v^2 - 2yv + D_y y^2}{\lambda B_y}\right) dudv \quad (1)$$

avec $U(u,v)$ la distribution d'amplitude complexe du faisceau incident et i l'unité imaginaire. Les coefficients A_x, B_x, C_x, D_x et A_y, B_y, C_y, D_y sont les éléments de la matrice de transfert dans les directions correspondantes (indice x ou y).

L'Eq. (1) est une généralisation de l'intégrale de diffraction scalaire pour un système optique représenté par une matrice *ABCD* dans l'approximation paraxiale. Dans le cas d'un milieu introduisant de l'astigmatisme, le noyau du propagateur est asymétrique puisque les propriétés optiques sont différentes selon les axes x et y perpendiculaires à l'axe de propagation z. Le formalisme matriciel est dans ce cas particulièrement pertinent puisque deux matrices spécifiques, une pour chaque axe, peuvent être utilisées.

Une configuration expérimentale classique d'HN en ligne et en géométrie astigmate est représentée sur la Figure 1. Ce dispositif peut être divisé en deux zones selon la direction de propagation z: la zone n°1 entre la source et la particule, et la zone n°2 entre la particule et le plan d'observation. Ces deux régions peuvent chacune contenir une ou plusieurs interfaces courbes. La dimension latérale caractéristique du plan d'observation est notée L. Chaque particule est caractérisée par son diamètre D, un indice de réfraction relatif n, et une position (x_p, y_p, z_p). En conséquence, l'intensité du champ électromagnétique diffracté par chaque particule sur le plan d'observation peut être calculée en trois étapes: (i) propagation de l'onde incidente dans la zone n°1 en utilisant l'Eq. (1) ; (ii) multiplication du champ, à la position de la particule, par la fonction de transfert T de la particule ; (iii) propagation du champ résultant dans la zone n°2 en utilisant l'Eq. (1).

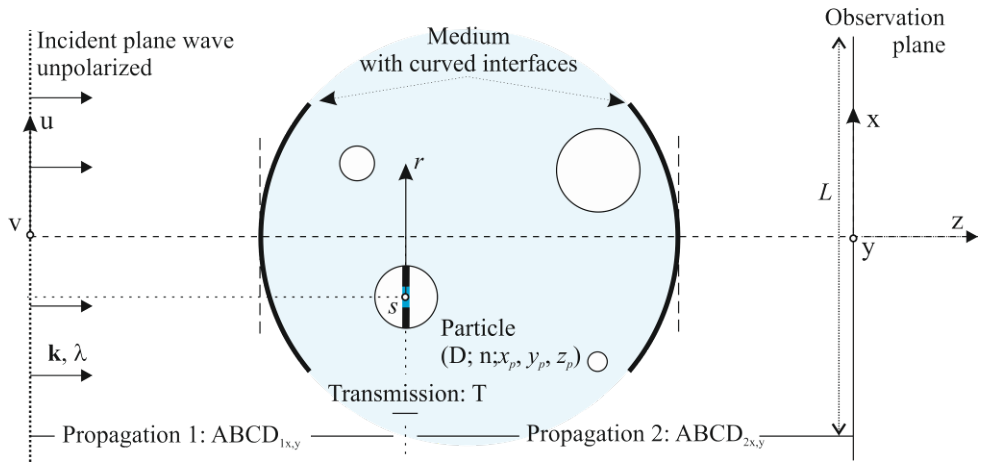

Figure 1 : Représentation d'un système holographique astigmate du point de vue de la propagation.

Comme en espace libre, il est plus pratique du point de vue numérique de réécrire l'Eq. (1) comme un produit de convolution. Après quelques calculs et en utilisant le théorème dit de « mise à l'échelle » proposé par *Palma et al [12],* l'Eq (1) devient :

$$U_z(x,y) = \frac{exp(ikz)}{i\lambda A_x A_y \sqrt{B_x B_y}} exp\left(i\pi \frac{C_x x^2}{\lambda A_x}\right) exp\left(i\pi \frac{C_y y^2}{\lambda A_y}\right)\left(U(u,v) * h(u,v)\right)\left(\frac{x}{A_x}, \frac{y}{A_y}\right) \qquad (2)$$

Avec $h(u,v) = exp\left(i\pi u^2 / \left(\lambda A_x B_x\right)\right) exp\left(i\pi v^2 / \left(\lambda A_y B_y\right)\right)$ la réponse impulsionnelle généralisée et * l'opérateur produit de convolution. A noter que plusieurs changements doivent être réalisés avant d'appliquer ce produit de convolution : les coefficients des matrices sont remplacés par $B_{(x,y)} = B_{(x,y)} \Big/ \left(A_{(x,y)}^2\right)$ *et* $C_{(x,y)} = C_{(x,y)} A_{(x,y)}^2$ dans le propagateur *h* et le changement de variables $\left(x/A_x, y/A_y\right)$ est réalisé par une simple interpolation linéaire.

On peut alors introduire la Transformée de Fourier (TF) de la réponse impulsionnelle généralisée $H = TF(h)$ et sa fonction de transfert de Fresnel généralisée $H\left(\vartheta_x, \vartheta_y\right)$:

$$H\left(\vartheta_x, \vartheta_y\right) = \frac{exp(ikz)}{\sqrt{A_x A_y}} exp\left(-i\pi\left(A_x B_x \vartheta_x^2 + A_y B_y \vartheta_y^2\right)\right) \qquad (3)$$

Avec $\vartheta_x = u/\left(\lambda A_x B_x\right), \vartheta_y = u/\left(\lambda A_y B_y\right)$ les fréquences spatiales selon x et y respectivement. Finalement, le produit de convolution dans l'Eq. (3) peut être calculé par des TF successives :

$$U * h = \mathrm{FT}^{-1}\left(FT(U)\, FT(h)\right) \qquad (4)$$

Pour échantillonner correctement la phase quadratique de la réponse impulsionnelle généralisée $\varphi(u,v) = \pi u^2 / \left(\lambda A_x B_x\right) + \pi v^2 / \left(\lambda A_y B_y\right)$ (i.e. $h(u,v) = \exp\left(i\varphi(u,v)\right)$), il faut bien évidement respecter le théorème de Shannon. Pour un pas d'échantillonnage uniforme d_x, d_y dans le plan d'observation, les conditions d'échantillonnage sont les suivantes :

$$\begin{aligned} &A_x B_x \geq \frac{d_x L}{\lambda}; A_y B_y \geq \frac{d_y L}{\lambda} \text{ pour h} \\ &A_x B_x \leq \frac{d_x L}{\lambda}; A_y B_y \leq \frac{d_y L}{\lambda} \text{ pour H} \end{aligned} \qquad (5)$$

Dans ce qui suit cette nouvelle approche est nommée « Transformé d'Huygens-Fresnel Généralisé » (THFG). Elle permet de simuler les hologrammes de particules de forme arbitraire avec un temps de calcul faible (de l'ordre de la dizaine de millisecondes sur un ordinateur de bureau). De la même manière, cette transformée permet de restituer (rétro-propager) les hologrammes selon des plans successifs le long de l'axe optique z .

2.2 Description de la particule

Dans le cadre de la diffraction scalaire, l'interaction des particules avec le champ incident est caractérisée par une fonction de transmission, notée T , qui s'applique uniquement à la position de la particule. Le modèle classique du Disque Opaque (DO) ne convient pas pour la modélisation de la fonction de transmission de grosses particules transparentes. En effet, en raison de la réfraction simple (rayons d'ordre $p = 1$ dans la terminologie de Van de Hulst [18, 19]), ces particules réfractent une quantité non négligeable de lumière vers l'avant. Ces rayons réfractés interfèrent avec le champ diffracté [20]. Ces effets peuvent être modélisés simplement en introduisant une lentille sphérique de rayon $r_l \leq D/2$ et de distance focale effective $f = nD / \left(4(n-1)\right)$ au centre du disque opaque [21]. Sa distance focale effective dépend à la fois de l'indice de réfraction *n* et du diamètre *D* de la particule, alors que son rayon est conditionné par l'échantillonnage de son terme de phase (voir réf.

[21] pour plus de détails). Ainsi, avec ce modèle de Disque Opaque avec Phase (DOP), la fonction de transmission de la particule s'exprime par :

$$T(\rho)=\begin{cases} exp\left(\dfrac{-i\pi\rho^2}{\lambda f}\right) \text{ si } \rho \le r_l \\ 0 \text{ si } r_l < \rho \le \dfrac{D}{2} \\ 1 \text{ si } \rho > \dfrac{D}{2} \end{cases} \quad \text{avec } \rho=\sqrt{\left(x-x_p\right)^2+\left(x-y_p\right)^2} \qquad (6)$$

3 Estimation numérique des paramètres des particules

Parmi les approches existantes pour déterminer les caractéristiques des particules à partir d'un hologramme, deux classes principales se distinguent. La première est basée sur des méthodes d'ajustement qui comparent le champ reconstruit avec des données numériques générées par différents modèles directs [8, 22]. La deuxième classe est basée sur des méthodes de focalisation d'hologramme. Concrètement l'hologramme enregistré est reconstitué selon différents plans z. La position z occupée par la particule à l'origine de l'hologramme enregistré est déterminée à l'aide d'un indicateur de focalisation. En espace libre (ou pour des systèmes non-astigmates), les indicateurs de focalisation les plus efficaces sont basés sur l'analyse de la partie imaginaire [4, 23] ou de la partie réelle [24] du champ reconstruit.

Dans cette étude, la première approche qui a été employée pour estimer les caractéristiques des particules consiste à comparer, au sens des moindres carrés, un hologramme enregistré par un capteur CCD et des hologrammes simulés avec la THFG. La différence majeure avec une résolution en espace libre réside dans le fait que le nombre d'inconnues est plus important. En effet, du fait de l'astigmatisme, le centre de l'hologramme diffère de celui de la particule. Cette méthode permet d'obtenir le diamètre D et les coordonnées x et y avec précision (moins de 4% d'écart avec les valeurs attendues). Cependant, la précision du positionnement des particules sur l'axe optique z reste insuffisante.

Pour améliorer la détermination de cette position axiale, une méthode s'appuyant sur l'analyse du jet photonique (tache de focalisation) généré par l'interaction entre le faisceau de lumière cohérente et la particule sphérique transparente a été développée. Le principe physique de cette méthode est illustrée sur la Figure 2 qui présente différents calculs de l'intensité du champ électromagnétique externe pour une particule de 1mm de diamètre dans l'air, avec un indice de réfraction relatif de m=1,08 pour λ =0.6328µm. Le calcul direct de l'intensité du champ proche avec la Théorie de Lorenz-Mie (TLM) est donné sur la Figure 2 (a). Les reconstructions du champ proche obtenu avec la THFG sont illustrées lorsque le modèle de disque opaque et la THFG sont couplés pour simuler l'hologramme (b), lorsque le TLM est utilisée pour le calcul de l'hologramme sur le plan d'observation (c) et lorsque le modèle de DOP et la THFG sont employés (d). La restitution à partir d'un hologramme expérimental est également présentée (e).

Nous observons que la reconstruction de l'hologramme ne permet pas de restituer tous les détails du champ proche calculé par la TLM. Néanmoins la position du maximum d'intensité de la région de focalisation obtenue avec le modèle DOP est très proche de celle prédite par la TLM. La méthode proposée ici peut donc se résumer de la manière suivante : de la mesure du diamètre D (déterminé ici *via* la méthode des moindres carrées présentée plus haut) et de la position $z_{\max}$ de la tache de focalisation, on peut raffiner l'estimation de la position axiale de la particule via l'équation :

$$z_p = z_{\max} - aD \qquad (7)$$

Selon le modèle DOP (Eq. (6)), la constante a ne dépend que de l'indice de réfraction de la particule $a \equiv n/\left(4\left(n-1\right)\right)$.

Pour déterminer efficacement la position z_{max}, l'hologramme enregistré est restitué avec la THFG selon différents plans le long de l'axe optique. Pour chaque plan de restitution, un indicateur est calculé afin de déterminer le plan optimal de focalisation z_{max}. Pour ce faire, plusieurs indicateurs de focalisation ont été testés. De cette étude numérique, il est ressorti que la variance du Tenengrad (notée Teng [25]) semble offrir le meilleur compromis entre temps de calcul et précision.

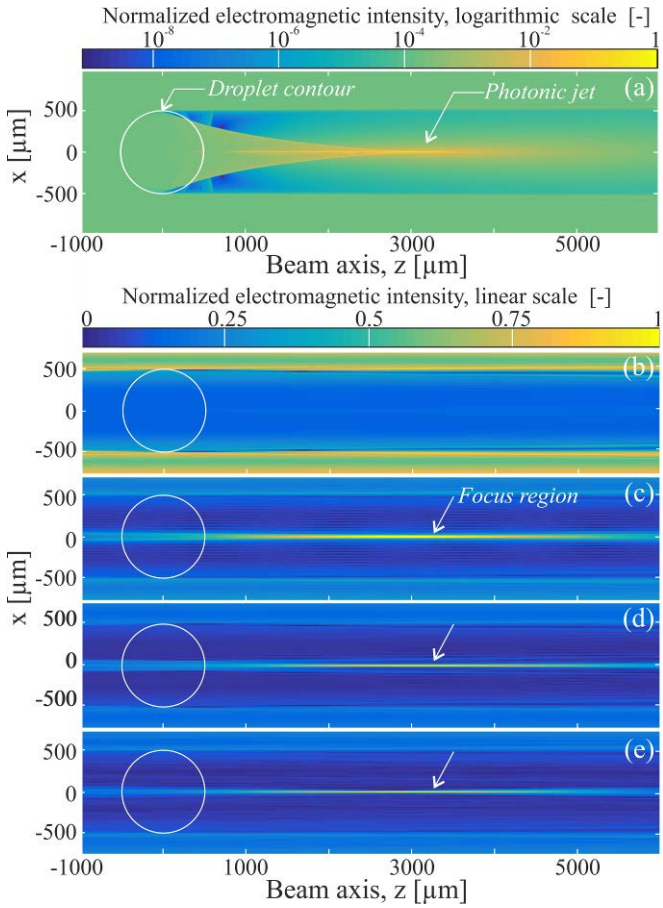

Figure 2 : Intensité du champ proche électromagnétique - (a) calcul direct avec la TLM; Reconstructions avec la THFG lorsque l'hologramme est : (b) généré avec le modèle DO ; (c) généré avec la TLM ; (d) généré avec le modèle DOP; et (e) enregistré expérimentalement (seulement une propagation inverse). Le cercle blanc délimite les contours de la particule.

4 Validation expérimentale

4.1 Montage expérimental

La pertinence des différentes méthodes proposées a été évaluée sur le montage expérimental représenté sur la Figure 3. La source lumineuse du système holographique est un laser hélium-néon (30mW, $\lambda = 632{,}8nm$) continu et non polarisé injecté dans une fibre. La sortie de la fibre optique est collimatée en un faisceau de diamètre 50 mm (représentée en rouge sur la Figure 3 (a)), présentant un front d'onde plan sur l'entrée de la colonne d'essai. Cette colonne, représentée Figure 3 (b), se compose d'un réservoir rectangulaire rempli d'eau déminéralisée encapsulant une cellule cylindrique en verre de qualité optique. Des gouttes de diamètre bien contrôlé (allant de 0,5 à 2,8mm), sont générées au fond de la cellule cylindrique à l'aide d'un réseau de sept aiguilles chromatographiques [21]. Les gouttes sont composées de Tétra Propylène Hydrogéné (TPH), un liquide transparent (d'indice relatif dans l'eau $m = 1{,}08$), non miscible dans l'eau. Ce liquide est utilisé dans l'industrie nucléaire pour le recyclage de combustible nucléaire [23]. La lumière diffusée vers l'avant par les gouttes est enregistrée par une caméra CMOS (Camera 2 sur la Figure 3 (a)). Le capteur a une dynamique de 12 bits et une résolution de 1024×1024 pixels, chaque pixels carrés mesurant 17µm de côté.

Un système d'ombroscopie est positionné perpendiculairement à, et synchronisé avec, le système holographique (voir la Figure 3(a)). L'ombroscopie permet d'observer les gouttes dans le plan yOz, fournissant une seconde estimation de leur diamètre et leurs coordonnées dans ce plan. Ce système se compose essentiellement d'une source de lumière incohérente (faisceau lumineux en jaune), d'une lentille bi-télécentrique (grossissement × 0,275) et d'une caméra CMOS (Caméra 1) identique à la précédente. Les images ombroscopiques sont traitées avec un algorithme de Hough classique [26].

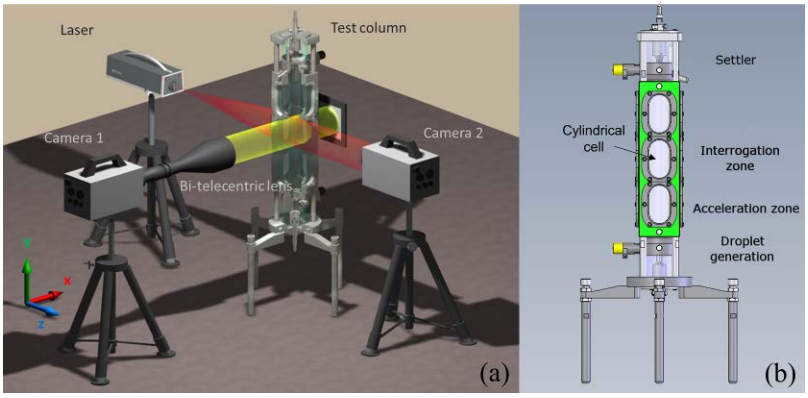

Figure 3 : Schémas (a) du dispositif expérimental et (b) de la colonne d'essai. Les gouttelettes sont générées au fond de la cellule cylindrique en verre. Celle-ci, remplie d'eau, est contenue dans une cuve rectangulaire.

Un hologramme expérimental et son profil en intensité selon x sont présentés sur la Figure 4 pour une goutte de 1 mm de diamètre. L'hologramme correspondant, simulé avec la THFG, est également donné à titre de comparaison (Figure 4). Ce dernier reproduit parfaitement le profil de l'hologramme expérimental en termes de structure basse fréquence. Cependant, de petites différences sont observées. Celles-ci sont liées au faible rapport signal-sur-bruit des séquences enregistrées (bruit électronique, particules de poussière dans la phase continue…) qui est de l'ordre de 23 dB pour une séquence de 900 images.

Une illustration de la performance globale de la méthode est donnée Figure 5 (a). Cette dernière montre une population polydisperse de gouttes restituée à partir d'un hologramme expérimental type. Le diamètre D et les coordonnées x_p et y_p de chaque goutte sont déterminés avec la méthode des moindres carrés alors que la coordonnée z_p est obtenue, grâce à la localisation du maxima du jet photonique avec l'indicateur Teng. L'image ombroscopique correspondante est donnée Figure 5 (b) pour comparaison. L'accord est remarquablement bon. Une seule goutte est manquante dans la reconstruction holographique, tout simplement parce que cette dernière n'est pas dans le champ de vision du système holographique.

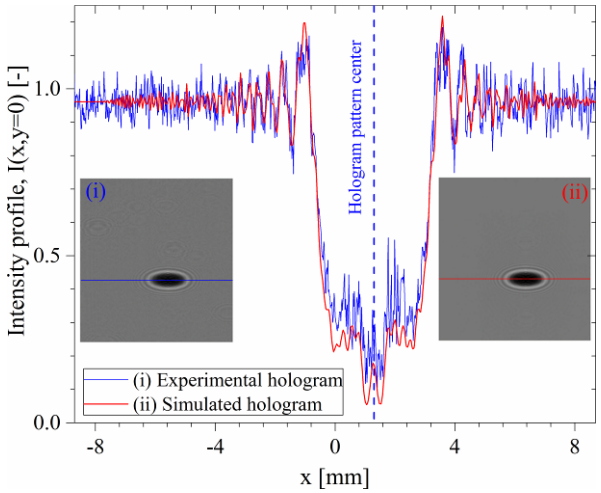

Figure 4 : Comparaison des hologrammes obtenus (i) expérimentalement et (ii) par simulation avec la THFG pour une goutte millimétrique de TPH dans de l'eau.

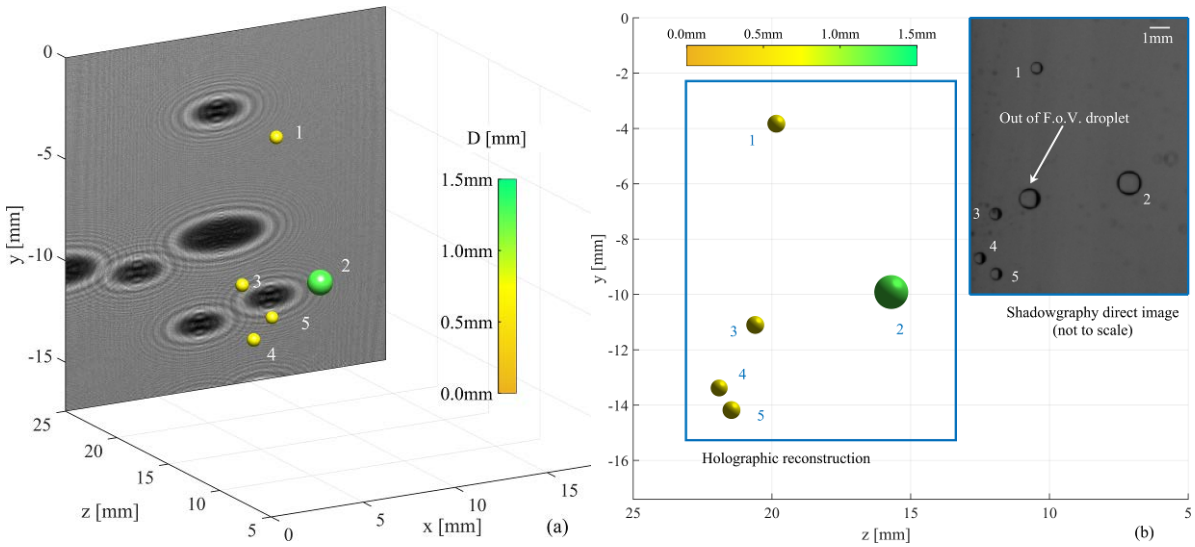

Figure 5 : (a) Reconstruction d'un volume de goutte polydisperse de TPH et (b) comparaison avec l'ombroscopie dans le plan yOz.

5 Conclusion

Ce travail propose des solutions pour la caractérisation par holographie numérique en ligne des écoulements diphasiques dans des cellules ou conduites astigmates. Pour ce faire, plusieurs outils mathématiques ont été développés et validés. A partir des travaux de Collins, la THFG ainsi que les conditions d'échantillonnage associées ont été dérivées pour calculer la propagation directe et inverse du champ électromagnétique diffusé par les particules dans des systèmes optiques astigmates. Formulée sous la forme d'un produit de convolution, la THFG fournit exactement les mêmes résultats que ceux de la littérature (notamment le modèle analytique), tout en étant plus polyvalente. Elle s'applique notamment directement à toute forme de particule. Les résultats expérimentaux ont prouvés que, combinée avec le modèle DOP, une méthode des moindres carrés permet d'obtenir le diamètre et la position 3D des gouttes avec une bonne précision dans une cellule (ou conduite) cylindrique, une configuration optique difficile, très fréquemment rencontrées dans les laboratoires et l'industrie. Une méthode couplant la THFG et la variance du Tenengrad a été mise en place afin d'améliorer la détermination de la position des gouttes sur l'axe optique.

6 Remerciements

Ces travaux ont été financés par la division de l'énergie nucléaire du CEA (programme DISN/PAREC) et sont partiellement soutenus par le CNRS (ANR-13-BS09-0008-02).

7 Référence

[1] G. Pan, H. Meng, Digital holography of particle fields: reconstruction by use of complex amplitude, Applied Optics, 42 (2003) 827-833.

[2] M. Malek, D. Allano, S. Coëtmellec, C. Özkul, D. Lebrun, Digital in-line holography for three-dimensional two-components particle tracking velocimetry, Measurement Science and Technology, 15 (2004) 699-705.

[3] K.D. Hinsch, Holographic particle image velocimetry, Measurement Science and Technology, 13 (2002) R61-R72.

[4] Y.-S. Choi, S.-J. Lee, Three-dimensional volumetric measurement of red blood cell motion using digital holographic microscopy, Applied Optics, 48 (2009) 2983-2990.

[5] F. Dubois, C. Schockaert, N. Callens, C. Yourassowsky, Focus plane detection criteria in digital holography microscopy by amplitude analysis, Optics Express, 14 (2006) 5895-5908.

[6] N. Salah, G. Godard, D. Lebrun, P. Paranthoën, D. Allano, S. Coëtmellec, Application of multiple exposure digital in-line holography to particle tracking in a Bénard–von Kármán vortex flow, Measurement Science and Technology, 19 (2008) 074001-074007.

[7] L. Tian, N. Loomis, J.A. Domínguez-Caballero, G. Barbastathis, Quantitative measurement of size and three-dimensional position of fast-moving bubbles in air-water mixture flows using digital holography, Applied Optics, 49 (2010) 1549-1554.

[8] N. Verrier, C. Fournier, L. Méès, T. Fournel, In-line particle holography with an astigmatic beam: setup self-calibration using an “inverse problems” approach, Applied Optics, 53 (2014) 147-156.

[9] D.G. Voelz, Computational fourier optics: a MATLAB tutorial, SPIE Bellingham (2011).

[10] J. Collins, A. Stuart, Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics, Journal of the Optical Society of America, 60 (1970) 1168-1177.

[11] N. Verrier, Microscopie holographique numérique: modélisation et développement de méthodes pour l'étude d'écoulements canalisés et microcanalisés, Université de Rouen, France 2009.

[12] C. Palma, V. Bagini, Extension of the Fresnel transform to ABCD systems, JOSA A, 14 (1997) 1774-1779.

[13] H.M. Ozaktas, Z. Zalevsky, M.A. Kutay, The fractional Fourier transform, Wiley, Chichester (2001).

[14] L.M. Bernardo, O.D. Soares, Fractional Fourier transforms and imaging, JOSA A, 11 (1994) 2622-2626.

[15] P. Pellat-Finet, G. Bonnet, Fractional order Fourier transform and Fourier optics, Optics Communications, 111 (1994) 141-154.

[16] S. Coëtmellec, W. Wichitwong, G. Gréhan, D. Lebrun, M. Brunel, A. Janssen, Digital in-line holography assessment for general phase and opaque particle, Journal of the European Optical Society-Rapid publications, 9 (2014).

[17] M. Brunel, W. Wichitwong, S. Coetmellec, A. Masselot, D. Lebrun, G. Gréhan, G. Edouard, Numerical Models for Exact Description of in-situ Digital In-Line Holography Experiments with Irregularly-Shaped Arbitrarily-Located Particles, Applied Sciences, 5 (2015) 62-76.

[18] H. Van De Hulst, Light scattering by small particles, Wiley, New York (1957).

[19] M.P. Sentis, F.R. Onofri, L. Méès, S. Radev, Scattering of light by large bubbles: Coupling of geometrical and physical optics approximations, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, (2015) 8-18.

[20] F. Onofri, A. Lenoble, H. Bultynck, P.-H. Guéring, High-resolution laser diffractometry for the on-line sizing of small transparent fibres, Optics Communications, 234 (2004) 183-191.

[21] F. Lamadie, L. Bruel, M. Himbert, Digital holographic measurement of liquid–liquid two-phase flows, Optics and Lasers in Engineering, 50 (2012) 1716-1725.

[22] S.-H. Lee, Y. Roichman, G.-R. Yi, S.-H. Kim, S.-M. Yang, A. van Blaaderen, P. van Oostrum, D.G. Grier, Characterizing and tracking single colloidal particles with video holographic microscopy, Optics Express, 15 (2007) 18275-18282.

[23] F. Lamadie, L. Bruel, Processing method for near-field in-line holograms (Fresnel number $\geqslant$ 1), Optics and Lasers in Engineering, 57 (2014) 130-137.

[24] S. Murata, N. Yasuda, Potential of digital holography in particle measurement, Optics & Laser Technology, 32 (2000) 567-574.

[25] X. Wu, Y. Wu, J. Yang, Z. Wang, B. Zhou, G. Gréhan, K. Cen, Modified convolution method to reconstruct particle hologram with an elliptical Gaussian beam illumination, Optics Express, 21 (2013) 12803-12814.

[26] P.V. Hough, Method and means for recognizing complex patterns, U.S. Patent 3,069,654, Dec. 18, 1962.