



**HAL**  
open science

# Holographie numérique en ligne pour la caractérisation d'écoulement diphasique dans des systèmes optiques astigmatés

Matthias P.L. Sentis, Laurent Bruel, Sophie Charton, Fabrice R.A. Onofri,  
Fabrice Lamadie

► **To cite this version:**

Matthias P.L. Sentis, Laurent Bruel, Sophie Charton, Fabrice R.A. Onofri, Fabrice Lamadie. Holographie numérique en ligne pour la caractérisation d'écoulement diphasique dans des systèmes optiques astigmatés. Holophi4 - 4ème Rencontre francophone d'holographie numérique appliquée à la métrologie des fluides, Nov 2016, Lille, France. cea-02438352

**HAL Id: cea-02438352**

**<https://cea.hal.science/cea-02438352v1>**

Submitted on 14 Jan 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# HOLOGRAPHIE NUMERIQUE EN LIGNE POUR LA CARACTERISATION D'ÉCOULEMENT DIPHASIQUE DANS DES SYSTEMES OPTIQUES ASTIGMATES

Matthias P.L. Sentis <sup>1</sup>

matthias.sentis@cea.fr

Laurent BRUEL <sup>2</sup>, Sophie CHARTON <sup>1</sup>, Fabrice R.A. ONOFRI <sup>3</sup>, Fabrice LAMADIE <sup>1</sup>

<sup>1</sup> CEA, DEN, DTEC, SGCS, F-30207 Bagnols-sur-Cèze, France

<sup>2</sup> CEA, DEN, DTEC, SEPE, F-30207 Bagnols-sur-Cèze, France

<sup>3</sup> Aix-Marseille Université, CNRS, IUSTI, UMR 7343, 13453 Marseille Cedex 13, France

laurent.brueel@cea.fr, sophie.charton@cea.fr, fabrice.onofri@univ-amu.fr, fabrice.lamadie@cea.fr

## MOTS CLES

Holographie numérique en ligne, écoulement particulière, astigmatisme, transformée de Fresnel généralisée, jet photonique.

## RESUME

Une « Transformée d'Huygens-Fresnel Généralisée » (THFG) est introduite afin de prendre en compte l'astigmatisme induit par des éléments optiques dans le cadre de la théorie de la diffraction scalaire et de l'optique paraxiale [1]. La THFG, avec une réponse impulsionnelle et des conditions d'échantillonnage idoines, permet une implémentation rigoureuse des étapes de propagation et de restitution en holographie numérique en ligne. Il est également proposé de localiser le jet photonique produit par chaque goutte pour accroître de manière notable la précision sur la position axiale des gouttes. L'applicabilité de ces différents développements théoriques et numériques est démontrée expérimentalement sur un écoulement de gouttes en conduite cylindrique, en obtenant avec une bonne précision leurs positions 3D et leurs tailles.

## I. INTRODUCTION

L'Holographie Numérique (HN) en ligne est une technique de référence pour la caractérisation des écoulements diphasiques en permettant la mesure simultanée de la position 3D et de la taille des particules dans la phase dispersée [2-8]. Cependant, cette technique optique souffre encore de certaines limitations, l'une des plus critiques étant la prise en compte de l'astigmatisme [9]. Cet astigmatisme, pouvant être généré par certains éléments optiques, induit une courbure des fronts d'onde du faisceau incident et des ondes diffusées qui rend inutilisable les outils classiques de l'HN [10]. Étant donné qu'un grand nombre de procédés industriels ou d'expériences en laboratoire sont effectués dans des appareils cylindriques, traiter de l'astigmatisme en HN en ligne est primordial. Dans la littérature, deux méthodes sont souvent utilisées pour répondre à cette problématique. La première, introduite par Collins et al. [11], est une généralisation de l'intégrale de diffraction scalaire pour des systèmes optiques pouvant être décrits, dans le cadre de l'approximation paraxiale, par des matrices de transfert. La formulation de Collins, qui permet d'exprimer la distribution des amplitudes complexes du champ après propagation dans un système optique, peut être exprimée soit analytiquement (Verrier et al. [12]) soit via une fonction de transfert de Fresnel généralisée [13]. La deuxième méthode, introduite par Ozaktas et al. [14], repose sur les propriétés de la transformée de Fourier fractionnaire. Dans ce cadre théorique [14], tous les systèmes optiques à phase quadratique peuvent être modélisés par une transformée de Fourier fractionnaire magnifiée par une courbure de phase qui leur est spécifique [15].

Dans cette communication, nous proposons un modèle plus général pour la simulation directe et inverse des hologrammes dans les systèmes optiques astigmatés. La propagation de la lumière est simulée par l'introduction d'une nouvelle fonction de transfert de Fresnel généralisée qui, pour le problème considéré, s'avère plus efficace d'un point de vue numérique que la transformée de Fourier fractionnaire [16]. En outre, cette généralisation permet de répondre à certaines limites de la solution analytique [12], pour laquelle la propagation associée à chaque particule doit être considérée séparément, ce qui exige la mise en place d'une décomposition spécifique pour chaque forme de particule considérée [9, 17, 18].

Cet article est divisé en cinq parties. Après cette brève introduction, la mise en œuvre de la transformée de Fresnel généralisée pour la simulation directe d'hologrammes est décrite dans la partie 2. La méthode de détermination des

paramètres caractéristiques des particules est détaillée dans la partie 3. La robustesse de cette méthode a été testée sur un dispositif expérimental, les résultats obtenus sont présentés dans la partie 4. Enfin, la dernière partie propose une conclusion et des perspectives à ces travaux.

## II. MODELE DIRECT POUR LA SIMULATION D'HOLOGRAMMES DANS DES SYSTEMES OPTIQUES ASTIGMATES

En espace libre (milieu continu uniforme), l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld décrit l'amplitude  $U_z$  d'une onde plane, non polarisée de longueur d'onde  $\lambda$  et de vecteur d'onde  $k = 2\pi/\lambda$ , qui se propage selon l'axe  $z$  [10]. Dans les systèmes optiques astigmatiques, l'amplitude  $U_z$  peut être exprimée par la formule de Collins [11, 13] :

$$U_z(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda\sqrt{B_x B_y}} \iint_{\mathbb{R}^2} U(u, v) \exp\left(i\pi \frac{A_x u^2 - 2xu + D_x x^2}{\lambda B_x}\right) \exp\left(i\pi \frac{A_y v^2 - 2yv + D_y y^2}{\lambda B_y}\right) dudv \quad (1)$$

avec  $U(u, v)$  la distribution d'amplitude complexe du faisceau incident et  $i$  l'unité imaginaire. Les coefficients  $A_x, B_x, C_x, D_x$  et  $A_y, B_y, C_y, D_y$  sont les éléments de la matrice de transfert dans les directions correspondantes (indice  $x$  ou  $y$ ).

L'Eq. (1) est une généralisation de l'intégrale de diffraction scalaire pour un système optique représenté par une matrice  $ABCD$  dans l'approximation paraxiale. Dans le cas d'un milieu introduisant de l'astigmatisme, le noyau du propagateur est asymétrique puisque les propriétés optiques sont différentes selon les axes  $x$  et  $y$  perpendiculaires à l'axe de propagation  $z$ . Le formalisme matriciel est dans ce cas particulièrement pertinent puisque deux matrices spécifiques, une pour chaque axe, peuvent être utilisées.

Une configuration expérimentale classique d'holographie numérique en ligne et en géométrie astigmatique est représentée schématiquement sur la Figure 1. Ce dispositif peut être divisé en deux zones selon la direction de propagation  $z$ : la première entre la source et la particule et la deuxième entre la particule et le plan d'observation, chacune pouvant contenir une ou plusieurs interfaces courbes. Suivant les notations de la Figure 1,  $L$  est la dimension latérale caractéristique du plan d'observation et chaque particule est caractérisée par son diamètre  $D$ , un indice de réfraction relatif  $n$ , et une position  $(x_p, y_p, z_p)$ .

Sur la base de ce formalisme, l'intensité du champ électromagnétique diffracté par chaque particule sur le plan d'observation peut être calculée en trois étapes: (i) propagation de l'onde incidente dans la zone n°1 en utilisant l'Eq. (1) ; (ii) multiplication du champ, à la position de la particule, par la fonction de transfert  $T$  de la particule ; (iii) propagation du champ résultant dans la zone n°2 en utilisant l'Eq. (1).

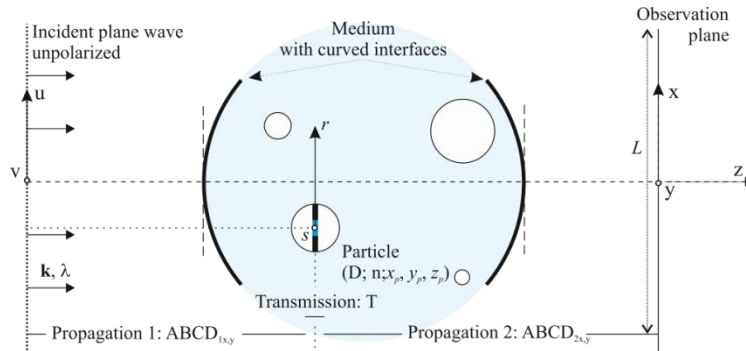


Figure 1 : Représentation d'un système holographique astigmatique du point de vue de la propagation.

Comme en espace libre, il est plus pratique du point de vue numérique de réécrire l'Eq. (1) comme un produit de convolution. Après quelques calculs et en utilisant le théorème dit de « mise à l'échelle » proposé par Palma et al. [13], l'Eq (1) peut être reformulée ainsi [1] :

$$U_z(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda A_x A_y \sqrt{B_x B_y}} \exp\left(i\pi \frac{C_x x^2}{\lambda A_x}\right) \exp\left(i\pi \frac{C_y y^2}{\lambda A_y}\right) (U(u, v) * h(u, v)) \left(\frac{x}{A_x}, \frac{y}{A_y}\right) \quad (2)$$

avec  $h(u, v) = \exp(i\pi u^2 / (\lambda A_x B_x)) \exp(i\pi v^2 / (\lambda A_y B_y))$  la réponse impulsionnelle généralisée et  $*$  l'opérateur produit de convolution. On peut alors introduire la Transformée de Fourier (TF) de la réponse impulsionnelle généralisée  $H = TF(h)$  et sa fonction de transfert de Fresnel généralisée  $H(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y)$  :

$$H(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y) = \frac{\exp(ikz)}{\sqrt{A_x A_y}} \exp\left(-i\pi (A_x B_x \mathcal{G}_x^2 + A_y B_y \mathcal{G}_y^2)\right) \quad (3)$$

Avec  $\mathcal{G}_x = u/(\lambda A_x B_x)$ ,  $\mathcal{G}_y = v/(\lambda A_y B_y)$  les fréquences spatiales selon  $x$  et  $y$  respectivement. Finalement, le produit de convolution dans l'Eq. (3) peut être calculé par des TF successives :

$$U * h = FT^{-1}(FT(U)FT(h)) \quad (4)$$

Enfin, l'échantillonnage de la phase quadratique de la réponse impulsionnelle généralisée  $\varphi(u, v) = \pi u^2 / (\lambda A_x B_x) + \pi v^2 / (\lambda A_y B_y)$  (i.e.  $h(u, v) = \exp(i\varphi(u, v))$ ), doit respecter le théorème de Shannon. Ainsi, pour un pas d'échantillonnage uniforme  $d_x, d_y$  dans le plan d'observation, les conditions d'échantillonnage sont les suivantes :

$$\begin{aligned} A_x B_x &\geq \frac{d_x L}{\lambda}; A_y B_y \geq \frac{d_y L}{\lambda} \text{ pour } h \\ A_x B_x &\leq \frac{d_x L}{\lambda}; A_y B_y \leq \frac{d_y L}{\lambda} \text{ pour } H \end{aligned} \quad (5)$$

Dans ce qui suit cette nouvelle approche est nommée « Transformée d'Huygens-Fresnel Généralisée » (THFG). Elle permet de simuler les hologrammes de particules de forme arbitraire avec un temps de calcul faible (de l'ordre de la dizaine de millisecondes sur un ordinateur de bureau). De la même manière, cette transformée permet de restituer (rétro-propager) les hologrammes selon des plans successifs le long de l'axe optique  $z$  [1].

### III. ESTIMATION NUMERIQUE DES PARAMETRES DES PARTICULES

Les approches permettant de déterminer les caractéristiques des particules à partir d'un hologramme se divisent en deux catégories. La première regroupe l'ensemble des méthodes d'ajustement qui comparent le champ reconstruit avec des données numériques générées par différents modèles directs [9, 23]. La deuxième classe est basée sur des méthodes de focalisation des hologrammes rétro-propagés. Dans ce dernier cas, l'hologramme enregistré est reconstitué selon différents plans  $z$ . La position  $z$  occupée par la particule à l'origine de l'hologramme enregistré par le capteur est déterminée à l'aide d'un indicateur de focalisation. En espace libre (ou pour des systèmes non-astigmatiques), les indicateurs de focalisation les plus efficaces sont basés sur l'analyse de la partie imaginaire [3, 5, 24] ou de la partie réelle [25] du champ reconstruit.

Dans cette étude, la première approche qui a été employée pour estimer les caractéristiques des particules consiste à comparer, au sens des moindres carrés, un hologramme enregistré par un capteur CCD et des hologrammes simulés avec la THFG. La différence majeure avec une résolution en espace libre réside dans le fait que le nombre d'inconnues est plus important. En effet, du fait de l'astigmatisme, le centre de l'hologramme diffère de celui de la particule. Cette méthode permet d'obtenir le diamètre  $D$  et les coordonnées  $x$  et  $y$  avec précision (moins de 4% d'écart avec les valeurs attendues). Cependant, la précision du positionnement des particules sur l'axe optique  $z$  reste insuffisante.

Pour améliorer la détermination de cette position axiale, une méthode originale s'appuyant sur l'analyse du jet photonique généré par l'interaction entre une onde plane et une particule sphérique transparente a été développée [1]. Le principe physique de cette méthode est illustré sur la Figure 2 qui présente différents calculs de l'intensité du champ électromagnétique interne et externe d'une particule de 1mm de diamètre dans l'air, avec un indice de réfraction relatif de  $m=1,08$  pour  $\lambda = 0,6328\mu\text{m}$ . Le calcul direct de l'intensité du champ proche calculé avec la Théorie de Lorenz-Mie (TLM) est donné sur la Figure 2 (a). Les reconstructions du champ proche obtenu avec la THFG sont illustrées lorsque la TLM est utilisée pour le calcul de l'hologramme sur le plan d'observation (b) et lorsque l'hologramme est acquis expérimentalement (c).

Nous observons que la reconstruction de l'hologramme ne permet pas de restituer tous les détails du champ proche obtenu de manière directe avec la TLM. Néanmoins la position du maximum d'intensité de la région de focalisation (ou « jet photonique ») obtenue expérimentalement est très proche de celle prédite par la TLM. La méthode proposée ici peut donc se résumer de la manière suivante : à partir de la mesure du diamètre  $D$  (déterminé ici par la méthode des moindres carrés présentée plus haut) et de la position  $z_{\text{max}}$  de la tache de focalisation, on peut raffiner l'estimation de la position axiale de la particule via l'équation :

$$z_p = z_{\text{max}} - aD \quad (6)$$

En considérant que la particule se comporte comme une lentille bouble, la constante  $a$  ne dépend que de son indice de réfraction :  $a \equiv n/(4(n-1))$ .

Pour déterminer efficacement la position  $z_{\text{max}}$ , l'hologramme enregistré est restitué avec la THFG selon différents plans le long de l'axe optique. Un indicateur est calculé pour chacun de ces plans afin de déterminer le plan optimal de focalisation  $z_{\text{max}}$ . Dans cette étude, c'est l'indicateur basé sur la variance du Tenengrad [26] qui offre le meilleur compromis entre le temps de calcul et la précision.

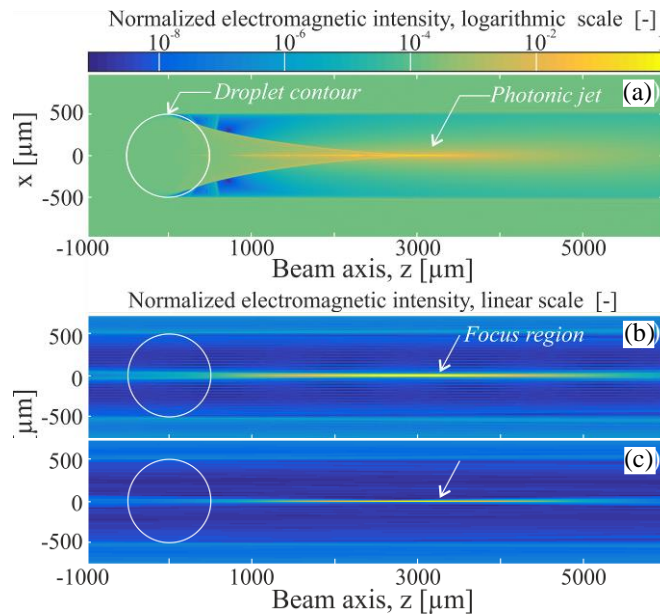


Figure 2 : Intensité du champ proche électromagnétique - (a) calcul direct avec la TLM; Reconstructions avec la THFG lorsque l'hologramme est ; (b) généré avec la TLM ; et (c) enregistré expérimentalement (seulement une propagation inverse). Le cercle blanc délimite le contour de la particule.

#### IV. VALIDATION EXPERIMENTALE

La pertinence des différentes méthodes proposées a été évaluée sur le montage expérimental représenté sur la Figure 3 et décrit par ailleurs dans [1]. La source lumineuse du système holographique est un laser hélium-néon (30mW,  $\lambda=632,8\text{nm}$ ) continu et non polarisé injecté dans une fibre monomode. La sortie de la fibre optique est collimatée en un faisceau de diamètre 50mm (représentée en rouge sur la Figure 3 (a)), présentant un front d'onde plan sur l'entrée de la colonne d'essai. Cette colonne, illustrée en Figure 3 (b), se compose d'un réservoir rectangulaire rempli d'eau déminéralisée encapsulant une cellule cylindrique polie (à quelques  $\lambda$ ) dans sa partie centrale. Des gouttes de diamètre contrôlé (de 0,5 à 2,8mm par pas de 0,1mm) sont générées au fond de la cellule cylindrique à l'aide d'un réseau de sept aiguilles chromatographiques [22]. Elles sont composées de Tétra Propylène Hydrogéné (TPH), un liquide transparent (d'indice relatif dans l'eau  $m=1,08$ ), non miscible dans l'eau, composant majoritaire du solvant utilisé dans le cycle du combustible nucléaire [24]. La lumière diffusée vers l'avant par les gouttes est enregistrée par une caméra CMOS (Camera 2 sur la Figure 3 (a)). Le capteur a une dynamique de 12 bits et une résolution de  $1024 \times 1024$  pixels, chaque pixel carré mesure  $17\mu\text{m}$  de côté.

Un système d'ombroscopie est positionné perpendiculairement à, et synchronisé avec, le système holographique (voir la Figure 3(a)). L'ombroscopie permet d'observer les gouttes dans le plan  $yOz$ , fournissant une seconde estimation de leur diamètre et des coordonnées de leur centre dans ce plan. Ce système se compose d'une source de lumière incohérente (faisceau lumineux en jaune), d'un objectif bi-télécentrique (grandissement  $\times 0,275$ ) et d'une caméra CMOS (Caméra 1) identique à la précédente.

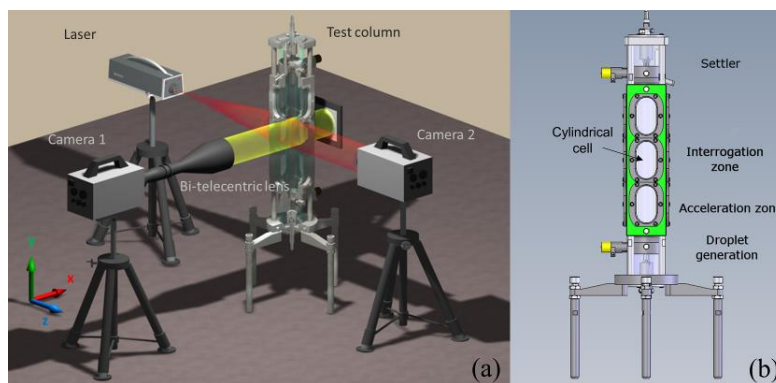


Figure 3 : Schémas (a) du dispositif expérimental et (b) de la colonne d'essai. Les gouttelettes sont générées au fond de la cellule cylindrique en verre. Cette dernière, remplie d'eau, est contenue dans une cuve rectangulaire.

Un hologramme expérimental et son profil en intensité selon  $x$  sont présentés sur la Figure 4 pour une goutte de 1mm de diamètre. L'hologramme correspondant, simulé avec la THFG, est également donné à titre de comparaison. Ce dernier reproduit parfaitement le profil de l'hologramme expérimental en termes de structures

basse fréquence. Des petites différences sont cependant observées, en particulier pour les structures haute-fréquence. Elles sont attribuées au faible rapport signal-sur-bruit des séquences enregistrées (bruit électronique, particules de poussière dans la phase continue, etc.).

Une illustration de la performance globale de la méthode est donnée Figure 5 (a). Cette dernière montre une population polydispense de gouttes restituée à partir d'un hologramme expérimental type. Le diamètre  $D_p$  et les coordonnées  $x_p$  et  $y_p$  de chaque goutte sont déterminés avec la méthode des moindres carrés alors que la coordonnée  $z_p$  est obtenue, *in fine*, grâce à la localisation du maxima du jet photonique. L'image ombroscopique correspondante est donnée Figure 5 (b) pour comparaison. L'accord est remarquablement bon. Une seule goutte est manquante dans la reconstruction holographique, tout simplement parce que cette dernière n'est pas dans le champ de vision du système holographique.

Les observations sur des trains de gouttes monodisperses (population de plus de 400 gouttes) montrent que les précisions atteintes sont respectivement de 4% pour l'évaluation du diamètre et de 1% pour la position suivant l'axe z, confirmant ainsi la robustesse des solutions proposées.

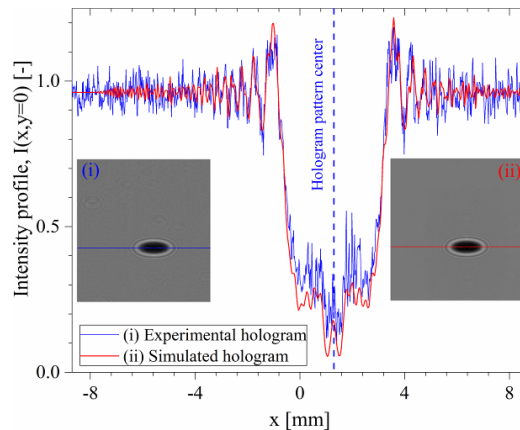


Figure 4 : Comparaison des hologrammes obtenus (i) expérimentalement et (ii) par simulation avec la THFG pour une goutte millimétrique de TPH dans de l'eau.

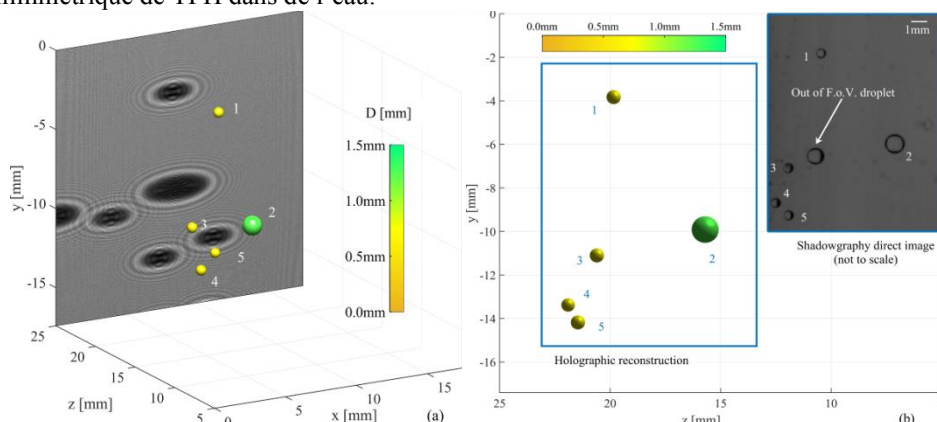


Figure 5 : (a) Reconstruction d'un volume de goutte polydispense de TPH et (b) comparaison avec l'ombroscopie dans le plan yOz.

## V. CONCLUSION

Ce travail propose des solutions pour la caractérisation par holographie numérique en ligne des écoulements diphasiques dans des cellules ou conduites astigmatiques. Pour ce faire, plusieurs outils mathématiques ont été développés et validés. A partir des travaux de Collins, la THFG ainsi que les conditions d'échantillonnage associées ont été dérivées pour calculer la propagation directe et inverse du champ électromagnétique diffusé par les particules dans des systèmes optiques astigmatiques. Formulée sous la forme d'un produit de convolution, la THFG fournit exactement les mêmes résultats que ceux de la littérature (notamment le modèle analytique), tout en étant plus polyvalente et très rapide. Elle s'applique directement à toute forme de particule. Les résultats expérimentaux préliminaires prouvent que la THFG, les méthodes de focalisation ainsi que celles de localisation du jet photonique, permettent d'obtenir le diamètre et la position 3D des gouttes avec une bonne précision dans une cellule (ou conduite) cylindrique, configuration optique difficile et très fréquemment rencontrées dans les laboratoires et l'industrie.

## REMERCIEMENTS

Ces travaux ont été financés par la Direction de l'Energie Nucléaire du CEA (programme DISN/PAREC) et sont partiellement soutenus par le CNRS (ANR-13-BS09-0008-02).

## RÉFÉRENCES

- [1] M.P.L. Sentis, L. Bruel, S. Charton, F.R.A. Onofri, F. Lamadie, Digital in-line holography for the characterization of flowing particles in astigmatic optical systems, *Opt Laser Eng*, 88 (2017) 184-196.
- [2] G. Pan, H. Meng, Digital holography of particle fields: reconstruction by use of complex amplitude, *Appl Optics*, 42 (2003) 827-833.
- [3] M. Malek, D. Allano, S. Coëtmellec, C. Özkul, D. Lebrun, Digital in-line holography for three-dimensional two-components particle tracking velocimetry, *Meas Sci Technol*, 15 (2004) 699-705.
- [4] K.D. Hinsch, Holographic particle image velocimetry, *Meas Sci Technol*, 13 (2002) R61-R72.
- [5] Y.-S. Choi, S.-J. Lee, Three-dimensional volumetric measurement of red blood cell motion using digital holographic microscopy, *Appl Optics*, 48 (2009) 2983-2990.
- [6] F. Dubois, C. Schockaert, N. Callens, C. Yourassowsky, Focus plane detection criteria in digital holography microscopy by amplitude analysis, *Opt Express*, 14 (2006) 5895-5908.
- [7] N. Salah, G. Godard, D. Lebrun, P. Paranthoën, D. Allano, S. Coëtmellec, Application of multiple exposure digital in-line holography to particle tracking in a Bénard–von Kármán vortex flow, *Meas Sci Technol*, 19 (2008) 074001-074007.
- [8] L. Tian, N. Loomis, J.A. Domínguez-Caballero, G. Barbastathis, Quantitative measurement of size and three-dimensional position of fast-moving bubbles in air-water mixture flows using digital holography, *Appl Optics*, 49 (2010) 1549-1554.
- [9] N. Verrier, C. Fournier, L. Méès, T. Fournel, In-line particle holography with an astigmatic beam: setup self-calibration using an “inverse problems” approach, *Appl Optics*, 53 (2014) 147-156.
- [10] D.G. Voelz, *Computational fourier optics: a MATLAB tutorial*, SPIE Bellingham (2011).
- [11] J. Collins, A. Stuart, Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics, *J Opt Soc Am*, 60 (1970) 1168-1177.
- [12] N. Verrier, *Microscopie holographique numérique: modélisation et développement de méthodes pour l'étude d'écoulements canalisés et microcanalisés*, Université de Rouen, France 2009.
- [13] C. Palma, V. Bagini, Extension of the Fresnel transform to ABCD systems, *J Opt Soc Am A*, 14 (1997) 1774-1779.
- [14] H.M. Ozaktas, Z. Zalevsky, M.A. Kutay, *The fractional Fourier transform*, Wiley, Chichester (2001).
- [15] L.M. Bernardo, O.D. Soares, Fractional Fourier transforms and imaging, *J Opt Soc Am A*, 11 (1994) 2622-2626.
- [16] P. Pellat-Finet, G. Bonnet, Fractional order Fourier transform and Fourier optics, *Opt Commun*, 111 (1994) 141-154.
- [17] S. Coëtmellec, W. Wichitwong, G. Gréhan, D. Lebrun, M. Brunel, A. Janssen, Digital in-line holography assessment for general phase and opaque particle, *Meas Sci Technol*, 9 (2014).
- [18] M. Brunel, W. Wichitwong, S. Coëtmellec, A. Masselot, D. Lebrun, G. Gréhan, G. Edouard, Numerical models for exact description of in-situ digital in-line holography experiments with irregularly-shaped arbitrarily-located particles, *Appl Sci*, 5 (2015) 62-76.
- [19] H. Van De Hulst, *Light scattering by small particles*, Wiley, New York (1957).
- [20] M.P. Sentis, F.R. Onofri, L. Méès, S. Radev, Scattering of light by large bubbles: Coupling of geometrical and physical optics approximations, *J Quant Spectrosc RA*, (2015) 8-18.
- [21] F. Onofri, A. Lenoble, H. Bultynck, P.-H. Guéring, High-resolution laser diffractometry for the on-line sizing of small transparent fibres, *Opt Commun*, 234 (2004) 183-191.
- [22] F. Lamadie, L. Bruel, M. Himbert, Digital holographic measurement of liquid–liquid two-phase flows, *Opt Laser Eng*, 50 (2012) 1716-1725.
- [23] S.-H. Lee, Y. Roichman, G.-R. Yi, S.-H. Kim, S.-M. Yang, A. van Blaaderen, P. van Oostrum, D.G. Grier, Characterizing and tracking single colloidal particles with video holographic microscopy, *Opt Express*, 15 (2007) 18275-18282.
- [24] F. Lamadie, L. Bruel, Processing method for near-field in-line holograms (Fresnel number  $\geq 1$ ), *Opt Laser Eng*, 57 (2014) 130-137.
- [25] S. Murata, N. Yasuda, Potential of digital holography in particle measurement, *Opt Laser Technol*, 32 (2000) 567-574.
- [26] X. Wu, Y. Wu, J. Yang, Z. Wang, B. Zhou, G. Gréhan, K. Cen, Modified convolution method to reconstruct particle hologram with an elliptical Gaussian beam illumination, *Opt Express*, 21 (2013) 12803-12814.