



**HAL**  
open science

## Etude des caractéristiques dynamiques des impacts obliques et de l'usure associée

T. Souilliant, Emmanuel Rigaud, A. Le Bot, C. Phalippou

### ► To cite this version:

T. Souilliant, Emmanuel Rigaud, A. Le Bot, C. Phalippou. Etude des caractéristiques dynamiques des impacts obliques et de l'usure associée. 28èmes Journées Internationales Francophones de Tribologie 2016, Apr 2016, Saint-Etienne, France. cea-02437080

**HAL Id: cea-02437080**

**<https://cea.hal.science/cea-02437080>**

Submitted on 13 Jan 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Ingénierie des Surfaces et Tribologie

27-29 avril 2016

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Saint-Etienne, France

---

## ETUDE DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DES IMPACTS OBLIQUES ET DE L'USURE ASSOCIEE

### ***OBLIQUE IMPACT DYNAMICS AND RELATED WEAR***

Thibaut Souillart<sup>1,2</sup>, Emmanuel Rigaud<sup>1</sup>, Alain Le Bot<sup>1</sup>, Christian Phalippou<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, UMR CNRS 5513, Ecole Centrale de Lyon, Université de Lyon, 69134, Ecully, France*

<sup>2</sup> *Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives CEA-Saclay, DEN, DANS, DM2S, SEMT, DYN, F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

#### Résumé

La vibration des tubes composant les générateurs de vapeur (GV) des réacteurs nucléaires en eau pressurisée (REP) génère des impacts répétés entre ces tubes et les barres antivibratoires (BAV) voisines. Ces contacts intermittents et répétés produisent de l'usure, problématique lorsqu'elle devient trop importante. Un banc d'essais est conçu et utilisé pour générer des impacts à angle d'incidence variés entre un échantillon de tube GV et de BAV. Les vitesses normales et tangentielles avant et après l'impact et les composantes normale et tangentielle de la force de contact au cours de l'impact sont mesurées tout au long de l'essai. L'objectif est d'étudier les caractéristiques dynamiques des impacts et leur influence sur l'usure, et de comparer les résultats obtenus aux modèles d'usure érosive.

#### Abstract

*Vibrations of the steam generator (SG) tubes in nuclear power plants induce impacts between the tubes and antivibration bars (AVB). As a consequence, wear is generated. A test rig is designed and used to perform impacts between a SG tube sample and an AVB sample with various incidence angles. Normal and tangential velocities before and after an impact as well as the normal and tangential components of the contact load are measured during the tests. The dynamic characteristics of the impacts are studied and related to generated wear.*

#### 1. INTRODUCTION

Les impacts répétés entre les tubes de générateur de vapeur (GV) et les barres antivibratoires (BAV) des réacteurs à eau pressurisée (REP) peuvent générer une importante usure avec le temps. Quand cette usure devient trop étendue, des opérations de maintenance coûteuses sont nécessaires. La compréhension de la relation entre l'usure et les caractéristiques de ces impacts est donc critique. De nombreuses études ont été effectuées ces dernières années sur l'usure par impact dans le domaine du nucléaire. Guinot [1] et Zaghoudi [2] ont dressé une liste des machines d'essais existantes en les regroupant en deux catégories selon qu'elles reproduisent l'environnement REP réel ou non. Ko [3], Cha [4] et Blevins [5] parmi d'autres ont étudié les impacts et l'usure avec des machines d'essais environnementales. Sorokin [6], Engel [7], Rice [8] et Pick [9] ont développé des banc d'essais qui ne reproduisent pas l'environnement réel mais qui offrent un meilleur contrôle des conditions d'essais et une meilleure qualité de signaux mesurés. Néanmoins, la qualité de ces bancs est très variable et peu de machines d'essais permettent une vraie étendue de contrôle sur l'angle d'incidence des impacts.

Dans ce travail, un soin particulier a été apporté à la conception du banc d'essais dans le but d'obtenir un contrôle précis de la dynamique des impacts et des signaux de mesure de grande qualité. Ce banc d'essais est utilisé afin d'étudier les impacts entre un échantillon de

tube GV réel et de BAV réelle. L'effet de l'angle d'incidence sur le coefficient de restitution, le rapport des percussions et sur la perte d'énergie est analysé.

## 2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### 2.1. Description du banc d'essais

Une machine d'essais d'impact a été conçue afin d'étudier l'usure par impact analytiquement. Elle est composée d'un ensemble impactant et d'un ensemble impacté. L'ensemble impacté est composé d'un échantillon de BAV qui est heurté par l'échantillon de tube GV. Un diagramme du banc d'essais est montré Figure 1.

Le système impactant est composé de deux pots vibrants placés à  $\pm 45^\circ$  de la verticale. Ils excitent l'échantillon de tube GV. Deux ressorts identiques de raideur  $k = 590 \text{ N/m}$  assurent la liaison entre les pots vibrants et le porte-échantillon du tube GV (tube GV + porte-échantillon,  $m = 0.21 \text{ kg}$ ). Ainsi, la première fréquence propre de l'impacteur est donnée par l'équation (1):

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k \cos^2 \frac{\pi}{4}}{m}} \cong 10 \text{ Hz} \quad (1)$$

Pour éviter les mouvements parasites, une tige additionnelle est fixée entre le porte-échantillon et le bâti du banc d'essais.

La trajectoire du tube GV est contrôlée par le biais des deux pots vibrants. L'énergie incidente souhaitée est obtenue en contrôlant l'amplitude des signaux sinusoïdaux d'entrée. L'angle d'incidence  $\alpha_i$ , défini par rapport à l'horizontale ( $\alpha_i = 90^\circ$  correspondant à un impact purement normal) est obtenu en définissant une phase spécifique entre les deux signaux. Ainsi, tout impact d'énergie incidente comprise entre  $10^{-3}$  et  $2 \text{ mJ}$  et d'angle d'incidence compris entre  $5^\circ$  et  $90^\circ$  peut être généré.

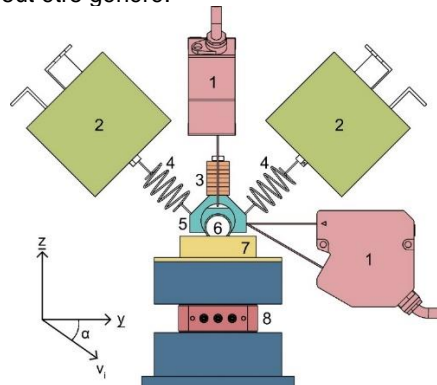


Figure 1. Diagramme du banc d'essais d'impact (1 : Capteurs de déplacement, 2 : Pots vibrants, 3 : Masse additionnelle, 4 : Ressorts de liaison, 5 : Porte-échantillon, 6 : Tube GV, 7 : Echantillon de BAV et réservoir d'eau, 8 : Capteur de force)

### 2.2. Signaux de mesure et analyse du volume d'usure

Les efforts de contact normaux et tangentiels sont mesurés en utilisant un capteur piézoélectrique trois axes fixé à l'échantillon de BAV. Sa raideur est égale à  $4500 \text{ N}/\mu\text{m}$  en normal et  $700 \text{ N}/\mu\text{m}$  en tangential. Les signaux sont acquis en utilisant une carte d'acquisition dont la fréquence d'échantillonnage est suffisamment grande ( $50 \text{ kHz}$ ) pour mesurer correctement l'évolution de l'effort de contact au cours d'un impact. La trajectoire du tube GV dans le plan du mouvement est mesurée par le biais de deux capteurs de déplacement. Une acquisition temporelle complète des efforts de contact et des déplacements pendant toute la durée d'un essai est impossible à cause de limitations d'espace de stockage. Ainsi, les signaux sont acquis au cours de 2000 fenêtres d'une seconde équitablement distribuées dans le temps. A l'issue d'un essai, l'échantillon de tube GV utilisé est retiré du banc d'essais et la trace d'usure est analysée par interférométrie optique. Les volumes d'usure négatifs et positifs

sont obtenus. L'incertitude sur le volume mesuré est calculée à partir des incertitudes de mesure interférométrique et liées au redressement des surfaces. Le volume d'usure minimal que l'on peut mesurer est estimé à  $10^{-3} \text{ mm}^3$ .

### 2.3. Paramètres d'essais

L'influence de l'angle d'incidence des impacts est étudiée sur la plage  $[5^\circ \text{ } 85^\circ]$ . Pendant chaque essai, l'angle d'incidence  $\alpha_i$  est maintenu constant. L'énergie cinétique incidente est maintenue à  $0.55 \text{ mJ}$  pour tous les essais, correspondant à une vitesse incidente de  $0.07 \text{ m/s}$ . La durée d'un essai est de  $20 \text{ h}$  et la fréquence d'excitation  $f$  est égale à  $20 \text{ Hz}$  de sorte que le nombre total d'impacts pendant un essai est de 1,4 million. Les essais sont réalisés à température ambiante et en air. 21 essais sont effectués à différents angles d'incidence.

## 3. CARACTERISTIQUES DES IMPACTS

### 3.1. Evolution temporelle des efforts et des déplacements

Un impact est défini par l'application d'actions mécaniques importantes pendant une très courte durée. Il est caractérisé par une variation brusque de la vitesse de l'objet impactant. La Figure 2 montre la trajectoire du tube GV dans le plan de déplacement. Le comportement quasi périodique de cette dernière révèle la qualité du contrôle de la dynamique des impacts. La Figure 3 montre l'évolution temporelle des efforts de contact au cours de plusieurs impacts typiques et au cours d'un seul impact.

À l'échelle d'un seul impact, la forme de la courbe d'évolution temporelle de l'effort normal de contact est typique d'un choc [10]. Pendant la phase de compression, les surfaces se rapprochent et l'effort normal augmente pour atteindre un maximum. Cette phase est suivie par une phase de rebond durant laquelle les surface s'éloignent et l'effort normal s'annule : le contact cesse. La durée d'impact est définie comme la durée d'application de l'effort normal et vaut entre  $0.35$  to  $0.5 \text{ ms}$ .

L'obliquité de l'impact génère une composante tangentielle dans l'effort de contact. Des phénomènes de glissement, d'adhérence et de roulement peuvent exister en fonction des caractéristiques des impacts et les propriétés du contact [11–13]. Alors que les deux premiers phénomènes génèrent un effort tangentiel, la force tangentielle en phase de roulement est quasi nulle. Dans tous les cas, les percussions normales et tangentielles des impacts sont définies par les équations suivantes :

$$P_t = \int_{t_i}^{t_f} F_t(t) dt = m(v_{rt} - v_{it}) \quad (2)$$

$$P_n = \int_{t_i}^{t_f} F_n(t) dt = m(v_{rn} - v_{in}) \quad (3)$$

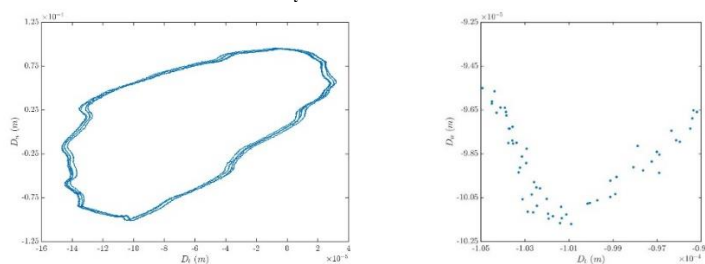


Figure 2. Trajectoire du tube GV. (a) Durant 4 impacts. (b) Durant 1 seul impact.

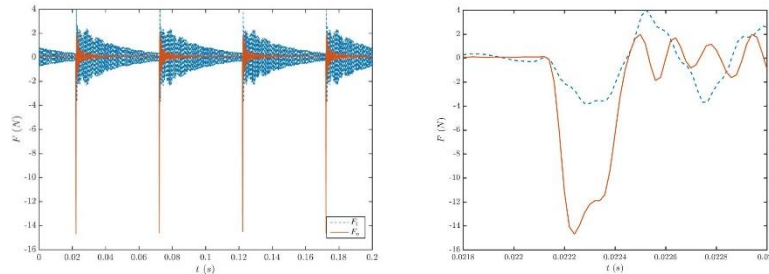


Figure 3. Evolution temporelle des efforts de contact normal (en rouge) et tangentiel (en bleu). (a) Durant 4 impacts. (b) Durant 1 seul impact.

### 3.2. Coefficient de restitution d'un impact

Pour chaque impact, le coefficient de restitution normal  $e_n$  est calculé à partir des vitesses normales juste avant et juste après l'impact :

$$e_n = -\frac{v_{rn}}{v_{in}} \quad (4)$$

On observe expérimentalement que pour toutes les conditions d'impact,  $e_n$  est sensiblement constant et égal à 0,75.

### 3.3. Frottement pendant l'impact

Le frottement est étudié à travers le rapport des percussions  $\mu$ , défini équation (5).

$$\mu = \frac{P_t}{P_n} \quad (5)$$

Brach [13] définit un rapport critique  $\mu_c$  donné par l'équation (6). Il dépend de  $e_n$ ,  $\alpha_i$  et un facteur de forme  $\lambda$ . A l'échelle du contact, les aspérités de surfaces sont considérées être les projectiles impactants. Ces aspérités étant considérées comme des masses ponctuelles,  $\lambda$  est nul.

$$\mu_c = \frac{1}{1+\lambda} \frac{1}{1+e_n \tan \alpha_i} \quad (6)$$

D'après la théorie Brach [13],  $\mu$  est toujours inférieur ou égal à  $\mu_c$ . Si  $\mu < \mu_c$ , il y a glissement pendant toute la durée de l'impact et par conséquent  $\mu$  correspond au coefficient de frottement dynamique. Le cas  $\mu = \mu_c$  correspond à l'existence d'une phase de glissement suivie d'une phase de roulement pendant le contact. La Figure 4 montre l'évolution du rapport  $\mu$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha_i$ . Un plateau est observé sur la plage  $[0^\circ \ 30^\circ]$  pour laquelle  $\mu \approx 1$ . Sur la plage  $[30^\circ \ 90^\circ]$ ,  $\mu$  décroît quand l'angle incident augmente pour atteindre  $\mu = 0$  dans le cas d'impacts normaux.

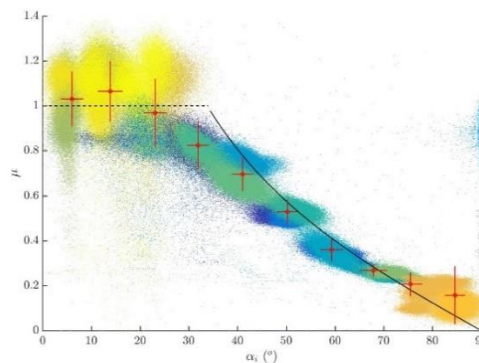


Figure 4. Rapport des percussions en fonction de l'angle d'incidence. Courbe noire :  $\mu_c(\lambda = 0, e_n(\alpha_i), \alpha_i)$ .

La courbe noire correspond au rapport critique  $\mu_c$  calculé pour la valeur  $e_n = 0,75$ . Le rapport expérimental  $\mu$  semble être bien prédit par  $\mu_c$  sur la plage  $[30^\circ 90^\circ]$ . D'après Brach [13], il y a donc durant ces impacts à la fois du roulement et du glissement. Cette prédiction de l'évolution du rapport  $\mu$  avec l'angle peut s'appliquer pour expliquer les observations précédentes [14,15]. Le plateau  $\mu \approx 1$  pour le plage  $[0^\circ 30^\circ]$  est également cohérent avec le modèle de Brach [13] et correspond à du glissement pendant tout l'impact.

### 3.4. Perte d'énergie pendant l'impact

La conservation de l'énergie cinétique entre l'énergie incidente  $T_i$ , la perte d'énergie  $T_L$  et l'énergie de rebond est exprimée par l'équation (7). Dans cette équation, l'énergie en rotation est supposée négligeable. Cette hypothèse est réaliste dans notre cas au sens où l'ensemble impactant est suffisamment guidé par les deux ressorts de liaisons, empêchant les mouvements de rotation.

$$T_i = \frac{1}{2} m (v_{in}^2 + v_{it}^2) = \frac{1}{2} m (v_{rn}^2 + v_{rt}^2) + T_L \quad (7)$$

Les équations (4) et (5) sont utilisées afin de substituer les vitesses de rebond par les coefficients usuels décrivant le contact :  $e_n$  et  $\mu$ . L'expression résultante de la perte d'énergie correspond à l'équation (8) :

$$T_L = T_i \sin^2 \alpha_i (1 + e_n) \left[ 1 - e_n + \frac{2\mu}{\tan \alpha_i} - \mu^2 (1 + e_n) \right] \quad (8)$$

Une perte d'énergie adimensionnelle est introduite :

$$T_L^* = \frac{T_L}{T_i} \quad (9)$$

Selon la théorie de Brach, la perte d'énergie  $T_L^*$  peut être partitionnée en deux contributions :  $T_{Ln}^*$ , qui correspond à la perte d'énergie en compression associée au mouvement normal, et  $T_{Lt}^*$  correspondant à la perte d'énergie provoquée par les effets tangentiels :

$$T_{Ln}^* = T_L^* (\mu = 0) = (1 - e_n^2) \quad (10)$$

$$T_{Lt}^* = T_L^* - T_{Ln}^* = (1 + e_n) \left[ \frac{2\mu}{\tan \alpha_i} - \mu^2 (1 + e_n) \right] \quad (11)$$

L'étude expérimentale des caractéristiques des impacts fait apparaître une dépendance entre  $\mu$  et  $\alpha_i$ . Ainsi,  $T_L^*$ ,  $T_{Ln}^*$  and  $T_{Lt}^*$  peuvent être exprimés comme des fonctions de  $\alpha_i$  et de  $e_n$  constant (équations (12) à (14)).

$$T_L^* = \sin^2 \alpha_i (1 + e_n) \left[ 1 - e_n + \frac{2\mu(\alpha_i)}{\tan \alpha_i} - \mu(\alpha_i)^2 (1 + e_n) \right] \quad (12)$$

$$T_{Ln}^* = (1 - e_n^2) \quad (13)$$

$$T_{Lt}^* = (1 + e_n) \left[ \frac{2\mu(\alpha_i)}{\tan \alpha_i} - \mu(\alpha_i)^2 (1 + e_n) \right] \quad (14)$$

La Figure 5 montre la composante normale de la perte d'énergie adimensionnelle pendant un impact en fonction de l'angle d'incidence. Cette perte d'énergie augmente d'une valeur nulle pour un angle proche de  $0^\circ$ , jusqu'à 0,6 pour une incidence de  $70^\circ$ . Elle prend des valeurs plus faibles et plus dispersées pour les angles proches de la normale. La Figure 6 montre la composante tangentielle de la perte d'énergie adimensionnelle pendant un impact en fonction de l'angle d'incidence. Cette énergie est nulle à la fois pour une incidence proche de  $0^\circ$  et pour des angles autour de la normale. Un maximum de perte d'énergie à 0,75 est observé à  $25^\circ$ . La Figure 7 montre la perte d'énergie adimensionnelle totale  $T_L^*$  pendant un impact en fonction de l'angle d'incidence.  $T_L^*$  correspond à la somme des composantes normale  $T_{Ln}^*$  et tangentielle  $T_{Lt}^*$ .  $T_L^*$  est nulle pour une incidence proche de  $0^\circ$  et présente un maximum égal à 0,9 pour une incidence de  $25^\circ$ . Le modèle de Brach correspondant aux équations (12), (13) et (14) sont représentés sur chacune des figures suivantes par la courbe de couleur noire.

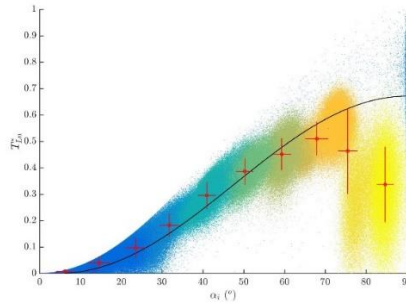


Figure 5. Composante normale de la perte d'énergie adimensionnelle pendant un impact en fonction de l'angle d'incidence. Modèle de Brach en ligne noire.

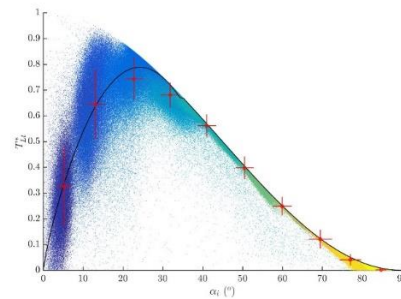


Figure 6. Composante tangentielle de la perte d'énergie adimensionnelle pendant un impact en fonction de l'angle d'incidence. Modèle de Brach en ligne noire.

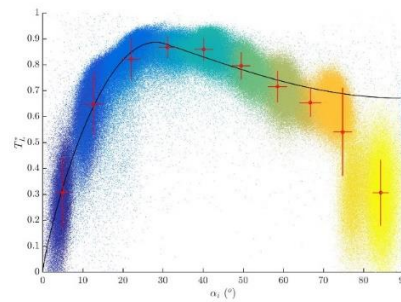


Figure 7. Perte d'énergie adimensionnelle totale pendant un impact en fonction de l'angle d'incidence. Modèle de Brach en ligne noire.

La bonne corrélation obtenue entre les résultats expérimentaux et le modèle de Brach confirme la pertinence de cette approche pour prédire la perte d'énergie pendant un impact. A partir de ces nouveaux résultats expérimentaux, il est intéressant de constater que cette approche semble se vérifier non seulement dans le cas de l'érosion comme initialement proposé [13], mais également dans le cas d'un impact entre deux solides massifs.

#### 4. USURE ET CONSIDERATIONS ENERGETIQUES

De l'usure est observée sur l'échantillon de tube GV pour tous les angles d'incidence. Les volumes négatifs s'étendent de  $2 \cdot 10^6 \mu m^3$  à  $12 \cdot 10^6 \mu m^3$  pour l'usure la plus sévère. Plusieurs auteurs ont constaté que le volume d'usure est proportionnel à la perte d'énergie [10,16–21].

D'après les résultats exposés au paragraphe précédent sur la dépendance de la perte d'énergie à l'angle d'incidence, le volume d'usure est supposé être très fortement dépendant de l'angle d'incidence. Les Figure 8 et Figure 9 montrent le volume d'usure par impact obtenu expérimentalement en fonction de l'angle d'incidence moyen des impacts de chaque essai. Les 21 essais de 20 heures qui ont été réalisés sont représentés. Les barres d'erreur horizontales informent sur la dispersion dans le contrôle de l'angle d'incidence, et correspondent au 20<sup>ème</sup> et 80<sup>ème</sup> centiles. L'usure augmente avec l'angle d'incidence de 0 à 8  $\mu\text{m}^3$  par impact, entre 0° and 25°. Un maximum d'usure est atteint à 25°, ce qui est cohérent avec les observations précédentes [14,15]. Sur la plage [25° 90°], l'usure diminue avec l'angle d'incidence, de 8  $\mu\text{m}^3$  à 3  $\mu\text{m}^3$  par impact.

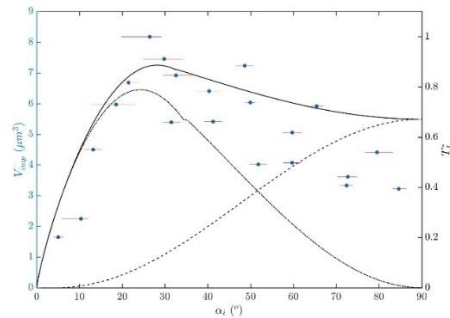


Figure 8. Volume d'usure par impact en fonction de l'angle d'incidence. Perte d'énergie totale (-); composante normale (- -); composante tangentielle (-).

Sur la Figure 8, le volume d'usure par impact expérimental est comparé à la perte d'énergie par impact : composante normale en trait pointillé large, tangentielle en trait pointillé fin et totale en trait plein. Une bonne corrélation est obtenue entre usure et énergie sur la plage [0° 25°], même si le pic d'usure observé à 25° est moins prononcé sur la courbe d'énergie totale. Par contre, l'usure est sous-estimée pour les angles proches de la normale ( $\alpha_i = 90^\circ$ ). Le pic d'énergie tangentielle à 25° amène à considérer que l'usure dépend davantage des effets tangentiels que des effets normaux. Cette influence dominante est cohérente avec la plupart des études sur l'usure par impact [15,22]. Ainsi, une pondération des composantes normale et tangentielle de la perte d'énergie est proposée afin d'obtenir une prédiction plus juste de l'usure par l'énergie. La Figure 9 montre l'évolution du volume d'usure par impact comparée à la perte d'énergie pondérée définie par l'équation (15). Une importance plus faible est donnée à la composante normale de la perte d'énergie.

$$T_{L_{pondérée}}^* = 1 T_{Lt}^* + 0.5 T_{Ln}^* \quad (15)$$

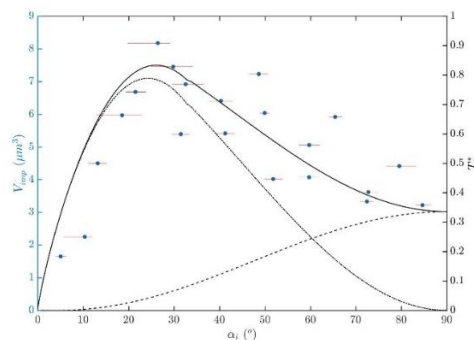


Figure 9. Volume d'usure par impact en fonction de l'angle d'incidence. Perte d'énergie totale pondérée (-); composante normale pondérée (- -); composante tangentielle pondérée (-).

Cette fois, une bonne corrélation est obtenue entre volume d'usure et perte d'énergie pour toutes les incidences, ce qui confirme la prépondérance sur l'usure des effets tangentiels



sur les effets normaux. Le pic d'usure à 25° d'incidence est particulièrement bien prédit. Aucune hypothèse n'est faite pour l'instant sur un modèle prédictif de la valeur des pondérations et du coefficient de proportionnalité apparent entre usure et perte d'énergie. Ces coefficients sont observés être très fortement dépendants des propriétés des matériaux en contact [23].

## 5. CONCLUSION

Un banc d'essais a été conçu dans le but de générer des impacts à trajectoire contrôlée. Les efforts de contact et les vitesses incidente et de rebond sont mesurés. Les caractéristiques des impacts (coefficient de restitution, rapport des percussions) sont étudiées en fonction de l'angle d'incidence. La perte d'énergie pendant un impact est mesurée. Elle apparaît cohérente au regard du modèle de Brach. L'usure générée par les impacts répétés est mesurée et comparée aux pertes d'énergies induites à chaque impact. Une bonne corrélation est obtenue, confirmant que le modèle érosif de Brach peut être appliqué à l'usure des solides massifs.

## REFERENCES

- [1] Guinot, J., 1989, Etude Bibliographique des Travaux Expérimentaux menés sur l'usure par impacts glissements : influence des principaux paramètres.
- [2] Zaghdoudi, S., 1992, "Analyse des phénomènes d'usure par choc et frottement."
- [3] Ko, P. L., 1985, "Heat Exchanger Tube Fretting Wear: Review and Application to Design," *J. Tribol.*, **107**(2), p. 149.
- [4] Cha, J. H., Wambsganss, M. W., and Jendrzejczyk, J. A., 1987, "Experimental Study on Impact/Fretting Wear in Heat Exchanger Tubes," *J. Press. Vessel Technol.*, **109**(3), p. 265.
- [5] Blevins, R., 1985, "Vibration-Induced Wear of Heat exchanger tubes," *J. Eng. Mater. ...*, **107**(January).
- [6] Sorokin, G. M., and Polyanskaya, T. A., 1970, "Machine for the investigations into the impact fatigue wear," *Zavod. Lab.*, **36**, pp. 611–612.
- [7] Bayer, R. G., Engel, P. A., and Sirico, J. L., 1972, "Impact wear testing machine," *Wear*, (19), pp. 343–354.
- [8] Rice, S. L., 1977, "Reciprocating impact wear testing apparatus," *Wear*, **45**(1), pp. 85–95.
- [9] Pick, R. J., Brown, K., and Plumtree, A., 1979, "Techniques in the study of impact and sliding wear of Zircaloy-4," *Wear*, **52**(2), pp. 381–392.
- [10] Engel, P. A., 1978, *Impact Wear of Materials*.
- [11] Stronge, W. J., 2013, "Smooth dynamics of oblique impact with friction," *Int. J. Impact Eng.*, **51**, pp. 36–49.
- [12] Maw, N., Barber, J. R., and Fawcett, J. N., 1976, "The oblique impact of elastic spheres," *Wear*, **38**(1), pp. 101–114.
- [13] Brach, R. M., 1988, "Impact dynamics with applications to solid particle erosion," *Int. J. Impact Eng.*, **7**(1), pp. 37–53.
- [14] Souillart, T., Rigaud, E., Le Bot, A., and Phalippou, C., 2015, "Wear induced by stochastic sliding impacts," *ASME 2015 Pressure Vessels & Piping Conference 2015*, ASME, pp. 1–6.
- [15] Rigaud, E., and Le Bot, A., 2013, "Influence of incidence angle on wear induced by sliding impacts," *Wear*, **307**(1-2), pp. 68–74.
- [16] Hutchings, I. M., 1977, "Deformation of metal surfaces by the oblique impact of square plates," *Int. J. Mech. Sci.*, **19**(1), pp. 45–52.
- [17] Finnie, I., 1960, "Erosion of surfaces by solid particles," *Wear*, **3**, pp. 87–103.
- [18] Bitter, J. G. A., 1963, "A study of erosion phenomena," *Wear*, **6**, pp. 169–190.
- [19] Neilson, J. H., and Gilchrist, A., 1968, "Erosion by a stream of solid particles," *Wear*, **11**(2), pp. 111–122.
- [20] Tilly, G., 1973, "A two stage mechanism of ductile erosion," *Wear*, **23**(1), pp. 87–96.
- [21] Sundararajan, G., 1991, "A comprehensive model for the solid particle erosion of ductile materials," *Wear*, **149**, pp. 111–127.
- [22] Ko, P. P. L., 1985, "The significance of shear and normal force components on tube wear due to fretting and periodic impacting," *Wear*, **106**, pp. 261–281.
- [23] Gessesse, Y., 1997, "On the fretting wear of nuclear power plant heat exchanger tubes using a fracture mechanics approach: Theory and verification."